



**Mòdul**

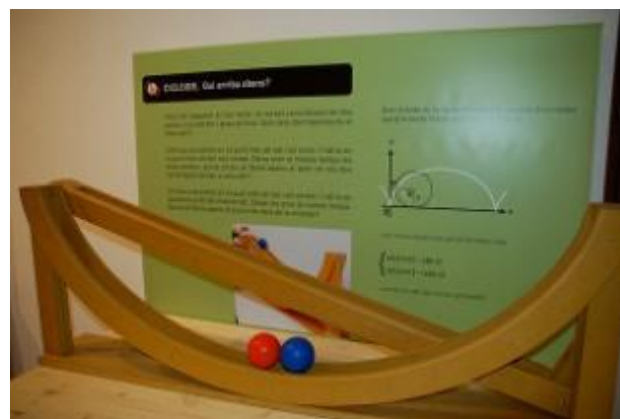
Cicloide

**Edat mínima recomanada**

Totes les edats

**Descripció del material**

Dues corbes fetes de fusta, una cicloide i una recta, col·locades una al costat de l'altre amb el punt més alt d'ambdues corbes coincident. Plafó explicatiu de l'activitat que s'ha de realitzar. I dues pilotes, una de color blau i l'altre de color vermell.



**Descripció de l'activitat que es planteja**

Donat un punt superior A i un punt inferior B, la rampa “més curta” ve donada per la recta que els uneix. Coincidirà aquesta amb la “més ràpida”? (considerant en la caiguda només l'efecte de la gravetat).  
 La corba solució al problema de la braquistòcrona (*braquisto*=curt i *cronos*=temps) és la cicloide invertida.  
 El mòdul pretén explorar aquesta i altres propietats de la cicloide com la tautòcrona (el temps que un objecte tarda en arribar al punt més baix de la corba no depèn del punt de partida).

**Passes per assolir el repte proposat**

La Braquistòcrona:

1. Col·locarem una pilota al punt més alt de la cicloide i l'altre al punt més alt de la recta, observant que l'alçada de les dues pilotes és la mateixa.
2. Alhora deixarem anar les dues pilotes i ens concentrarem en el punt on la recta i la cicloide tornen a coincidir. Quina pilota arriba abans?.

La Tautòcrona:

1. Col·locarem les dues pilotes als dos punts més alts de la cicloide (un oposat de l'altre).
2. Altre cop deixarem anar alhora les dues pilotes i observarem que arriben al punt més baix al mateix temps, tal i com era de suposar.
3. Fem ara que la posició inicial de les dues pilotes no sigui simètrica i les

deixem anar alhora. Quin és el resultat? Sorprenent.

### Continguts que s'hi treballen

Corbes, distància, velocitat, temps.

### Competències que es treballen

- **Competència matemàtica.** Pels conceptes que es treballen.
- **Competència d'aprendre a aprendre.** Pel procés deductiu de la solució.
- **Competència d'autonomia** (en el cas de treball individual).
- **Competència comunicativa, lingüística** (si el treball és en grup).
- **Competència social** (si el treball és en grup).

### Mòduls relacionats

### Relacions amb la història

El problema de la Braquistòcrona o corba de descens més ràpid ja fou estudiat per Galileu, el qual donà com a solució l'arc de cercle. Durant el segle XVII fou font de controvèrsia entre els millors matemàtics de l'època. Per aquest fet se la coneix com "l'Helena del geòmetres".

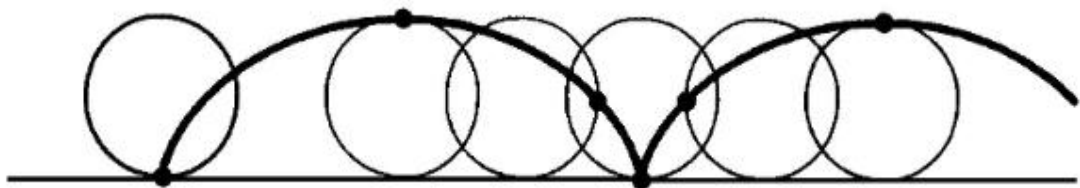
El 1696 Johann Bernoulli, un dels german de la saga Bernoulli, va plantejar als matemàtics de la "Royal Society" el problema de la Braquistòcrona. Tant Leibniz com Newton, així com els germans Bernoulli, Johann i Jacob, van resoldre el problema. La solució de Leibniz era molt laboriosa. La solució elegant de Johann Bernoulli la podeu veure a [1]. La millor, però, va ser la de Newton, breu, simple, elegant i general.

### Aplicacions

Pèndol de Huygens (veure [2]). Tobogans inflables d'emergència del avions.

### Activitats complementàries

La cicloide és una corba definida per un punt que gira sense lliscar sobre una línia recta.



A més a més de descriure les seves propietats geomètriques: longitud d'arc (igual a 4 vegades el diàmetre del cercle generador), àrea sota un arc (igual a 3 vegades l'àrea del cercle generador), podem introduir altres corbes relacionades com podem ser les trocoides, hipotrocoides, epitrocoides,...(veure [3]).

### Per saber-ne més

El càlcul de variacions és un camp de les matemàtiques que treballa amb funcionals, enlloc de funcions tal i com ho fa el càlcul clàssic. Aquests funcionals poden ser, per exemple, integrals que tinguin per incògnites funcions i les seves derivades. L'interès rau a trobar funcions que facin que el funcional prengui un valor màxim o mínim.

Potser l'exemple més simple d'aquest tipus de problemes consisteix en trobar la corba de longitud mínima que connecta dos punts donats. És clar, que si no hi ha restriccions, la solució ve donada per la recta que uneix el dos punts. No obstant, si la corba buscada viu sobre una superfície a l'espai, llavors la solució no és tant òbvia, i possiblement no és única. Aquestes solucions s'anomenen geodèsiques.

En un article d'en Carles Perelló ens explica quin va ser el seu origen (veure [4]).

### Més informació

- [1] <http://www.sociedadelainformacion.com/fisica/cicloide/plantear.htm>
- [2] <http://darkmatter.blogalia.com/historias/44010>
- [3] <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/trocoides.htm>
- [4] <http://publicacions.iec.cat/repository/pdf/00000034/00000086.pdf>