



Mòdul

Dòmino de descomposició de nombres primers.

Edat mínima recomanada

A partir dels alumnes de tercer de primària.

Descripció del material

36 peces triangulars en les quals a cada costat hi ha nombres naturals o producte de nombres primers.



Descripció de l'activitat que es planteja

És el tradicional joc del dòmino però amb unes peces triangulars en comptes de rectangles, i per tant amb més opcions a l'hora de tirar, de manera que per aparellar les peces cal ajuntar un nombre i la seva descomposició en nombres primers.

Passes per assolir el repte proposat

És un joc per a més de dues persones i es tracta de ser el primer jugador en tirar totes les fitxes. Per a aconseguir-ho a més de la sort, també cal ser àgil amb el càlcul.

Encara que el contingut és bastant elemental i hi ha una sola possibilitat de casar les peces, la forma final del puzle, així com el número de peces, fa que es necessiti força temps per acabar-lo, a menys que no s'apliqui una dinàmica col·laborativa entre els jugadors.

Continguts que s'hi treballen

Nombres primers i nombres compostos. Càlcul mental. Producte. Múltiples i divisors. Enters positius. Factorització.

Competències que es treballen

- **Competència comunicativa, lingüística i audiovisual**
- **Competència matemàtica**
- **Competència d'aprendre a aprendre**
- **Competència d'autonomia i iniciativa personal** . Cal decidir quina és la millor fitxa per tirar en cada moment, per tal de poder guanyar
- **Competència social i ciutadana** . És un joc per a més d'una persona

Mòduls relacionats

Nombres, representacions:

- Algoritme d'Euclides
- Puzzle de fraccions
- qui és qui, fraccions
- cub i nombres senars

Puzzles:

- els 7 hexàgons
- de quadrats

Relacions amb la història

La primera prova indiscutible del coneixement dels nombres primers es remunta al voltant de l'any 300 a.C. i es troba en els Elements d'Euclides (volums VII a IX). Euclides defineix els nombres primers, demostra que n'hi ha infinits, defineix el màxim comú divisor i el mínim comú múltiple i proporciona els algorismes per determinar-los que avui es coneixen com algorisme d'Euclides.

El garbell d'Eratòstenes és un mètode senzill que permet trobar nombres primers.

Després de l'època de la Grècia antiga, no hi va haver gaires avenços en l'estudi dels nombres primers fins al segle XVII. El 1640 Pierre de Fermat va enunciar sense demostrar-lo el petit teorema de Fermat, (Si p és un nombre primer, aleshores, per cada nombre natural a , $a^p \equiv a \pmod{p}$); més endavant el van demostrar Leibniz i Euler. Pot ser que molt abans ja es conegera un cas especial d'aquest teorema a la Xina. Fermat va enunciar la conjectura de què tots els nombres de la forma $2^{2^n} + 1$ són primers i va verificar la hipòtesi fins a $n = 4$ (és a dir, $2^{16} + 1$). Però Euler va demostrar que el següent nombre de Fermat ($2^{32} + 1$) és compost (un dels seus factors primers és 641). De fet, fins avui no s'ha trobat cap altre nombre primer de Fermat a banda dels que ja coneixia Fermat.

El monjo francès Marin Mersenne va investigar els nombres primers de la forma $2^p - 1$, amb p primer. En honor seu, avui s'anomenen nombres de Mersenne.

Altres matemàtics han anat estudiant els nombres primers i n'han trobat moltes propietats. Actualment encara és un tema en el que s'està treballant. Per exemple hi ha la Conjectura de Goldbach, que és un dels

problemes oberts més antics i que es considera dels més difícils de resoldre. El seu enunciat, en canvi, és fàcil d'entendre: Tot nombre parell més gran que 2 es pot escriure com a suma de dos nombres primers.

Aplicacions

Disseny d'engranatges: els nombres de dents de les rodes dentades es procura triar-los de forma que siguin nombres primers o parelles de nombres primers entre ells. D'aquesta manera cada dent d'una de les rodes entra en contacte el mateix nombre de vegades amb cada una de les dents de l'altra roda i el desgast és uniforme.

Criptografia de clau pública: l'algorisme RSA es basa en l'obtenció de la clau pública mitjançant la multiplicació de dos nombres grans (majors de 10^{100}) que siguin primers. La seguretat d'aquest algorisme radica en el fet que no hi ha maneres ràpides de factoritzar un nombre gran en els seus factors primers utilitzant ordinadors tradicionals.

Activitats complementàries

Plantejar l'activitat no com un dòmino, sinó com un trencaclosques. Cal encaixar les 36 peces i observar quina figura surt. Es pot fer de manera individual o bé col·lectiva. En aquest cas convé verbalitzar els raonaments que es fan. Per exemple: "Aquí hi ha els factors 3 i 5. On és el 15?"

Primària: Trobar els nombres primers tal com ho va fer Eratòstenes. S'escriuen tots els nombres, per exemple fins el 100 o el 200, i després es van eliminant els múltiples de 2, els múltiples de 3, els de 4, i així van quedant els nombres que no són múltiples de cap, és a dir, els nombres primers.

Secundària: Quin és el nombre primer més gran que es coneix? Hi ha alguna manera de trobar-los tots?
Exemples de la Conjectura de Goldbach: $4 = 2 + 2$; $6 = 3 + 3$; $8 = 3 + 5$; $10 = 5 + 5$; $12 = 5 + 7$, ...

Per saber-ne més

Els nombres primers de Mersenne són aquells que es poden expressar de la forma $2^n - 1$, on n és qualsevol nombre. De moment només se n'han descobert 37, però com que són molt grans tenen molt d'interès sobretot per utilitzar-los en criptografia.

Més informació