

Les sales del mmaca

Les sales del Museu de Matemàtiques de Catalunya estan dedicades a diverses personalitats en el món de la didàctica i la divulgació de les matemàtiques i una altra a un astrònom i matemàtic de l'antiguitat clàssica.

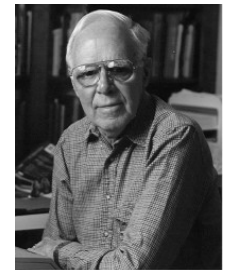
Tot seguit expliquem breument qui van ser aquestes persones.

Emma Castelnuovo (Roma, 12 de desembre de 1913 - 13 d'abril de 2014) era una matemàtica i pedagoga italiana. Es va graduar al 1936 a la Universitat de Roma i com que era d'ascendència jueva, entre els anys 1938 i 1943 es va haver de refugiar dels nazis. Després de la guerra, es va reincorporar a l'ensenyament i les seves aportacions són fonamentals per a la didàctica de les matemàtiques (de manera especial la geometria). El seu esperit era transmetre la bellesa de les matemàtiques als seus alumnes, que pensessin per ell mateixos i fossin creatius, i així esdevenien el centre del procés d'aprenentatge. Emma Castelnuovo va visitar Catalunya en diverses ocasions i això va fer que esdevingués un referent per a un important grup de professors i professores de casa nostra.



Sala Emma Castelnuovo. Miralls, calidoscopis, il·lusions òptiques

Martin Gardner (Tulsa, 21 d'octubre del 1914 – Norman, 22 de maig del 2010) fou un conegut matemàtic i divulgador científic nord-americà especialitzat en les matemàtiques recreatives, potser la persona més destacada en aquest aspecte durant el segle XX. Ha publicat més de 70 llibres i ha estat autor de la columna *Mathematical Games* a la revista *Scientific American* des de 1956 al 1981. Al mmaca, com en molts altres llocs, cada octubre es fa una *Jornada Martin Gardner* i, amb la col·laboració del mmaca, justament el dia del centenari del naixement de Martin Gardner es va fer l'entrega de premis dels *Problemes a l'Esprint* amb una jornada lúdico-matemàtica, com avui.



Sala Martin Gardner: Pitàgores, disseccions, corbes, políedres, fórmules inductives

Maria Montessori (Chiaravalle, 31 d'agost de 1870 - Noordwijk, 6 de maig de 1952) fou una metgessa psiquiatra i pedagoga, coneguda pel mètode educatiu que es coneix amb el seu nom. Als 26 anys, Montessori es va convertir en la primera dona italiana amb el títol de metgessa. A partir dels seus treballs en psiquiatria, la seva activitat es va anar aproximant a la pedagogia. Va deixar Itàlia fugint del feixisme i va estar un temps a Catalunya, fins que en va marxar, l'any 1936, cap als Països Baixos. El seu mètode pedagògic, que ofereix als petits un espai adaptat on es potencien les seves capacitats individuals i així poden aconseguir un desenvolupament global, va ser reconegut arreu del món i es va començar a fer servir a milers d'escoles. Avui les seves idees es consideren fonamentals.



Sala Maria Montessori (ubicació provisional a la planta baixa): dedicada a alumnes d'educació infantil i primària

George Pólya (Budapest, 13 de desembre de 1887 - Palo Alto, 7 de setembre de 1985) va ser un matemàtic hongarès. Va exercir de professor de matemàtiques a Suïssa entre el 1940 i el 1953 i, més tard, a la Universitat de Stanford (Califòrnia, EUA). Va aprofundir en molts temes (geometria, àlgebra, probabilitat i combinatòria) però potser la seva aportació més destacada va ser l'estudi sobre la resolució de problemes matemàtics. El



seu llibre *Com plantejar i resoldre problemes* (títol original en anglès: *How to solve it*) és "un llibre de capçalera" en aquest àmbit.

Sala George Pólya: Càlcul, Nombre d'or, Taules de multiplicar 3D

Pere Puig Adam (Barcelona, 12 de maig de 1900 - Madrid, 12 de gener 1960) fou un pedagog i matemàtic català. Enginyer industrial i doctor en matemàtiques, va ser un brillant, encara que bastant poc conegut, didacta de les matemàtiques i la geometria. El 1926 va obtenir la càtedra de matemàtiques de l'Institut San Isidro de Madrid (en aquella època hi havia molt i molt pocs instituts) on va estar fins a la seva mort. Des de l'any 2000, cada 12 de maig, se celebra el Dia escolar de les matemàtiques, coincidint amb l'aniversari del seu naixement.



Sala Puig Adam: Geometria, empaquetaments, pont de Leonardo, enrajolat de Penrose

Lluís Antoni Santaló i Sors (Girona, 9 d'octubre de 1911 – Buenos Aires, 22 de novembre de 2001) fou un matemàtic català de fama internacional, que es va haver d'exiliar a l'Argentina per la guerra civil espanyola i allà exercí de professor a diverses universitats i publicà la majoria dels seus treballs. Especialista en geometria i probabilitat, fou un prestigiós professor universitari, divulgador científic i expert en didàctica de les matemàtiques. Va ser pioner i millor exponent de l'estudi de la *geometria integral*, fonament teòric fonamental per a l'elaboració d'escàners i resonàncies magnètiques.



Sala Lluís Santaló: Estadística, probabilitats

Les sis personalitats anteriors, en el món de la didàctica i la pedagogia, que donen nom a sales del **mmaca** s'han referenciat per ordre alfabètic del cognom. Una altra de les sales recorda la Grècia clàssica.

Eratòstenes (276 aC Cirene, 194 aC Alexandria). Va estudiar a Alexandria i a Atenes. Fou astrònom, historiador, geògraf, filòsof, poeta i matemàtic. Com que tenia amplis coneixements en molts àmbits, ell es feia dir Philologos, és a dir, amant de l'aprenentatge. Hom atribueix a Eratòstenes la invenció de l'esfera armil·lar, que li va permetre estudis molt acurats sobre l'esfera celeste. Una de les seves principals contribucions a la geografia va ser la mesura de grandària de la Terra. També va treballar amb problemes matemàtics, com la duplicació del cub o els nombres primers.

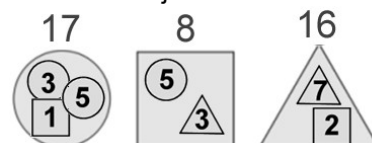


Sala Eratòstenes: Planeta Terra.

Joc de posar fitxes numèriques

Per resoldre un repte heu de col·locar totes i cada una de les fitxes o bé en el cercle, o bé en el quadrat o bé en el triangle per a obtenir en cada figura, com a resultat del càlcul que s'indica (*) el nombre indicat just a sobre.

(*) Heu de fer una suma per cada figura. Si poseu una fitxa en una regió que no tingui la mateixa forma que la fitxa, aleshores suma tants punts com indica, però, **atenció! el valor d'una fitxa es duplica si es posa en la regió que té la seva mateixa forma.** Vegeu un exemple a la dreta d'aquest paràgraf.



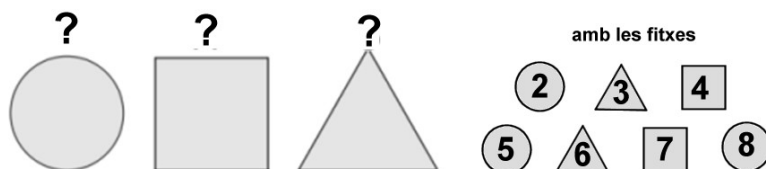
Repte 1



Repte 2



Proposta 3. Pensa un repte que segur que tingui solució i el planteja a una altra persona



Tot seguit pots escriure la solució del repte que t'ha plantejat alguna companya o algun company,

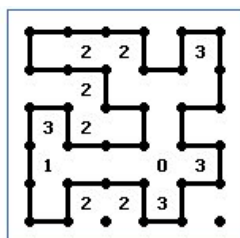


- **Per pensar una mica més.** Quina és la màxima suma (total del cercle més el quadrat més el triangle) que es pot obtenir amb aquestes fitxes? I la mínima? Creus que es poden obtenir tots els valors intermedis?

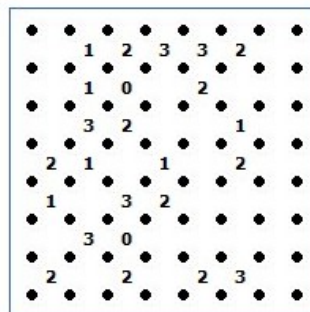
Puzzle-loop, Sliter Link, o el joc del corral

En aquest joc es tracta de construir, segment a segment, un polígon tancat ("un corral"). Al tauler del joc apareixen uns nombres i es tracta de construir el polígon de manera que el nombre de segments que envolten cadascun dels nombres sigui justament el que indica el nombre. On no hi ha cap nombre s'hi poden posar tants segments com sembli convenient per a reeixir en l'objectiu del joc.

Un exemple:



Un repte:



Sala Martin Gardner

Empaquetament de cilindres



En una empresa han de dissenyar una capsa per transportar 25 llaunes de refresc.

Dubten entre els dos dissenys que teniu a la dreta i volen saber amb quin dels dos s'aprofita millor l'espai (és a dir en quin dels dos casos, capsa quadrada o capsa rectangular, resulta que el percentatge de capsa ocupat per les llaunes és més gran.)

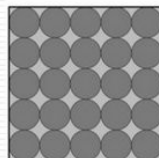
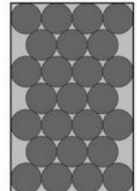
Al formulari de resposta haureu d'indicar quin és el disseny més eficient i quin és el percentatge ocupat per les llaunes en aquest cas.

Nota: haureu de donar el percentatge arrodonit a un nombre enter, que naturalment és de dues xifres

Dedicat al primer aniversari de l'exposició permanent a Cornellà del mmaca

mmaca
Museu
de Matemàtiques
de Catalunya

entitat col·laboradora amb els Problemes a l'esprint

En el mòdul del **mmaca** veureu una capsa amb tres compartiments amb uns cilindres.

Si pensem que el diàmetre de la base dels cilindres és de 1 unitat, les mesures d'aquests compartiments són de 3×7 , 4×7 i 5×7 .

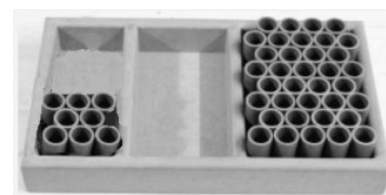
Quants cilindres podem posar en cada compartiment?



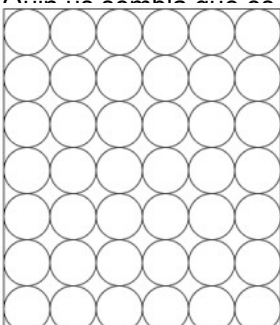
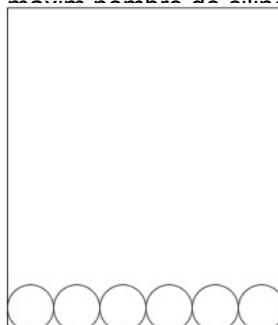
Segur? Potser n'hi podríem posar més?

L'enunciat del problema que us hem mostrat ja suggereix que hi ha una altra manera d'empaquetar cilindres, que s'anomena *triangular*.

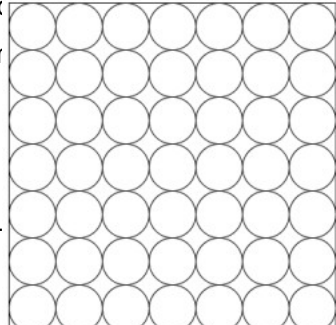
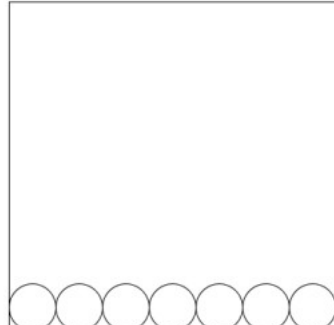
Quants cilindres podem posar en cada compartiment d'aquesta manera?



Quin us sembla que és el màxim nombre de cilindres que podríem posar en cada compartiment?

Quin us sembla que és el màxim nombre de cilindres que podríem posar en cada compartiment?

El joc dels gratacels

Teniu a la **sala Martin Gardner** un mòdul que presenta una versió feta en fusta de colors i amb unes dimensions que afavoreixen la col·laboració entre varies persones d'un joc que vam conèixer d'Itàlia.

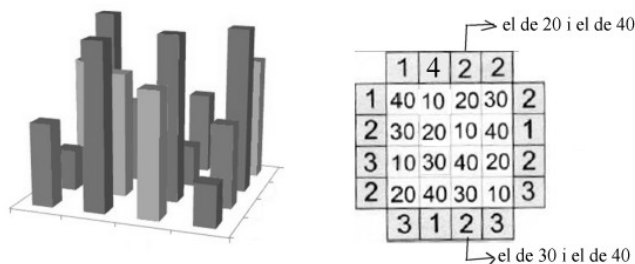


Un quartiere della città di New York è stato rappresentato con una griglia 4x4. Ogni casella di una griglia 4x4 contiene un immobile di 10, 20, 30 o 40 piani. Gli immobili di una stessa linea, riga (= linea orizzontale) o colonna (= linea verticale), sono tutti di taglia differente.

Ogni informazione fornita sui bordi della griglia ("indizio") indica il numero di immobili visibili sulla linea corrispondente per un osservatore posto nella posizione in cui si trova l'informazione.

Naturalmente quando i bordi di una griglia sono completi di indizi, non tutti questi indizi sono indispensabili, ma, dal momento che una soluzione esiste, essi sono sempre compatibili fra loro.

Vegeu-ne un exemple:



El document original fa uns suggeriments sobre "**regles de deducció**". Podeu pensar "què dirà" cada una de les regles següents. (algunes de les que haureu de fer servir per completar una graella). Aneu amb compte de treure com a conclusions només les que són segures.

Le Regole de Deduzione

- o *La regola del 4.* Se un indizio vale 4, ...
- o *La regola dell'1.* Se un indizio vale 1,...
- o *La regola del 1-2.* Se gli indizi 1 e 2 sono opposti agli estremi della stessa linea,...
- o *La regola dell'ultimo.* Quando si sono posizionati tre immobili della stessa altezza...

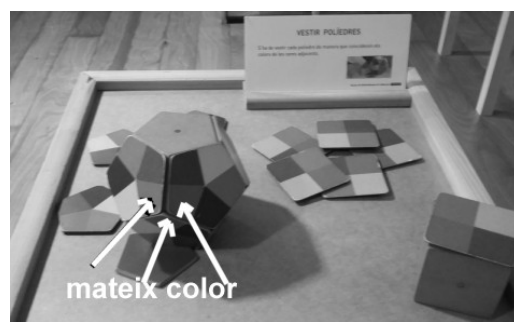
L'objecte del joc, com heu pogut llegir, és completar una graella a partir de les pistes ("indizi") que es donen. En el mòdul del **mmaca** les teniu escrites en unes tires quadrades de paper, que haureu de col·locar al voltant del tauler.

Aconseguir l'objectiu és més fàcil si es donen totes les pistes possibles (encara que siguin reiteratives) i no ho és tant si es donen les mínimes que permeten completar la graella unívocament. Podeu resoldre dos o tres problemes dels que es plantegen. Podeu començar per un cas que tingui totes les pistes i després fer algun altre cas amb menys pistes.

Referències

Si us agrada el joc, podreu dedicar-hi estona! Amb el material de la sessió teniu el document original complet i us en podeu descarregar un altre del qual aquest n'és un resum...i teniu com a obsequi un joc-**mmaca** en fusta. Podeu trobar el joc comentat a <http://www.recercaenaccio.cat/basic/missatge-2-el-joc-dels-gratacels/> i hi podeu jugar en línia a <http://www.recercaenaccio.cat/jocs-i-recursos-educatius/gratacels/>

Vestir políedres



En aquest mòdul (n'hi ha diversos a la **Sala Martin Gardner**) es tracta d'envoltar cadascun dels políedres que hi teniu amb peces de colors. En cada peça tots els colors són diferents. Hi ha dos tipus de reptes:

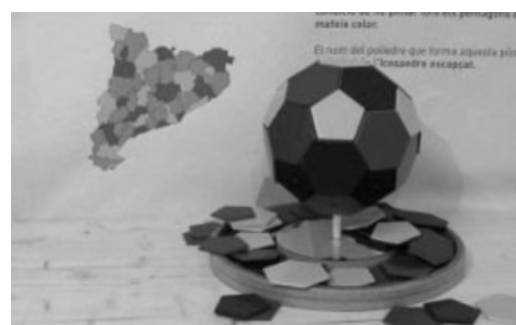
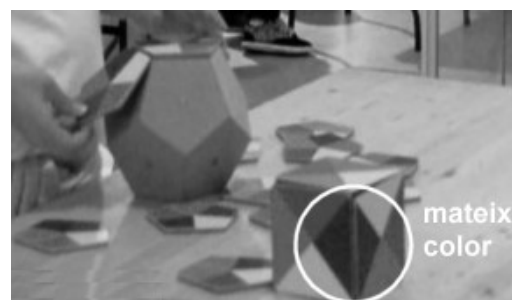
- En alguns casos es tracta de fer-ho de manera que en cada vèrtex coincideixin sempre els colors dels polígons que hi concorren (un de cada cara).
- En els altres casos el que cal és que coincideixin, en cada aresta, els colors de les parelles de polígons que les determinen.

Tot pintant la pilota

És un mòdul que serveix a comprovar el *Teorema dels quatre colors*, que diu que és possible pintar qualsevol mapa amb només quatre colors de manera que dues regions que comparteixin un costat siguin de diferent color.

En comptes de fer-lo sobre un mapa pla, en el corresponent mòdul del **mmaca** es proposa que es faci amb una pilota de futbol, que s'ha de recobrir amb hexàgons i pentàgons imantats de diferents colors.

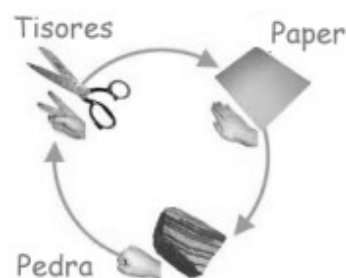
És més complicat del que sembla, tot i que si llegiu amb atenció el plafó de presentació del mòdul segurament tindreu una idea per avançar més ràpid cap a la solució. Tanmateix, si teniu temps, no renunciieu a trobar una de les solucions "més complicades"



Pedra, paper, tisores

Estem acostumats a relacions d'ordre. Si en Joan és més jove que l'Anna i l'Anna és més jove que la Maria, sabem que en Joan és més jove que la Maria. Aquesta propietat d'una relació se'n diu *la transitivitat*.

Però no sempre passa això. En el joc *Pedra, Paper, Tisores* sabeu que la pedra guanya a les tisores, les tisores guanyen al paper i el paper guanya a la pedra. Hi ha dos mòduls al **mmaca** que presenten situacions com aquesta, en què no hi ha transitivitat.

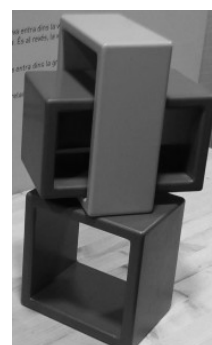


"Passar per dintre de l'altra" permet ordenar les caixes?

En el mòdul **Ordenació de caixes** hi ha tres cossos geomètrics, que en direm *caixes*.

- La caixa groga, pot passar per dintre de la blava?
- La caixa blava, pot passar per dintre de la vermella?
- Si *passar per dintre* fos una ordenació transitiva, què us sembla que hauria de succeir amb la caixa groga i la vermella? Succeeix realment o ens trobem amb una relació com la de pedra-paper-tisores?

Però encara hi ha una altra circumstància que fa que aquest criteri de *passar per dintre* no serveixi per ordenar. Estudieu amb tot detall què succeeix amb la caixa groga i la caixa blava.



Els daus intransitius

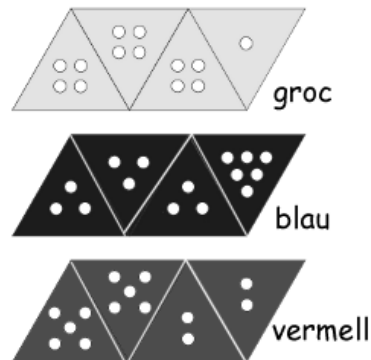
Al mòdul *Quin dau guanya?* De la **sala Lluís Santaló** teniu tres daus tetraèdrics; un és groc, l'altre blau i l'altre vermell i tenen tants punts a cadascuna de les seves quatre cares com es veu a la figura de la dreta.

Imagineu que voleu jugar a tirar aquests daus i el que treu més punts, guanya. Quin dau triaríeu?

Jugueu-hi una estona (tantes tirades com us sembli adequat) per mirar de decidir...

- Quin dau té més probabilitats de guanyar si juguen el groc contra el blau?
- I si juguen el blau contra el vermell?
- I si juguen el vermell contra el groc?

Heu arribat a la conclusió que la relació *guanya el que treu més punts*, amb aquests tres daus, és una relació transitiva o no transitiva?



Amb moltes tirades heu pogut fer una estimació. Però també es pot raonar, estudiant totes les possibilitats de cada enfrontament. Per fer-ho, completeu les taules següents i ja tindreu ben segur quin dau té més probabilitats de guanyar en cada enfrontament.

Escriviu en cada cas quin dau triaríeu per guanyar i vegeu si es confirma que la relació *guanya el dau que treu més punts* no és transitiva.

		groc			
		1	4	4	4
blau	3	b	g	g	g
	3	b	g	g	g
	3	b	g		
	6				

El groc guanya al blau en de cada 16 possibilitats.

Jugant groc contra blau triaria el dau

		blau			
		3	3	3	6
vermell	2	b	b		
	2	b	b		
	5	v	v		
	5				

El blau guanya al vermell en de cada 16 possibilitats.

Jugant blau contra vermell triaria el dau

		vermell			
		2	2	5	5
groc	1	v	v		
	4	g			
	4				
	4				

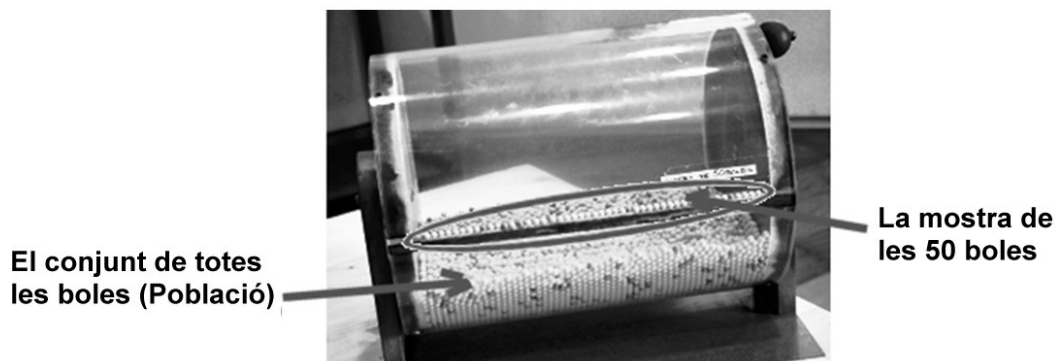
El vermell guanya al groc en de cada 16 possibilitats.

Jugant vermell contra groc triaria el dau

El bombo, les mostres i els intervals de confiança

Aneu al mòdul que destaca a la sala **Lluís Santaló** (vegeu la figura) i penseu que també es podria titular ***Pot servir fer una enquesta?***. Hi veureu un cilindre giratori transparent que conté aproximadament 2500 boletes de les quals un cert percentatge és de color blau. Es tracta d'intentar fer una estimació (determinació d'un valor aproximat) de quin és el percentatge de boles de color en el conjunt de boles del cilindre.

Però no podem accedir a fer el recompte de totes les boles i, doncs, us demanem que feu aquesta estimació mitjançant la selecció de mostres de mida 50. És com si féssiu una enquesta i preguntéssiu el color a 50 boles. A partir d'aquesta enquesta, es pot determinar la proporció de boles blaves a la població?



Segurament penseu que l'estimació serà aquesta: *el percentatge de boles blaves a la població és el mateix que el que hem observat a la mostra*. De fet no podem fer res més que això... però l'estimació s'ha de donar amb un marge d'error. Si ho feu unes quantes vegades (i us demanem que ho feu!) veureu que hi ha força variabilitat en els resultats.

Quan es fa una enquesta per estimar un percentatge, la teoria de la probabilitat ens permet determinar quin és l'interval de valors (*interval de confiança*) dins del qual "quasi sempre" hi haurà el percentatge global (s'acostuma a treballar amb un nivell d'encert del 95%). Veureu a la taula del mòdul, junt al bombo, una peça lliscant que podreu moure i centrar-la en el percentatge observat en la mostra de 50 boles. Si ho feu, això us donarà els extrems de l'interval de confiança per cada observació. Per exemple, si de les 50 boles n'han sortit 5 de blaves l'estimació és del 10% de boles blaves en la població, però si consulteu l'interval de confiança veureu que l'estimació s'hauria de fer dient que el percentatge de boles blaves està, aproximadament, entre el 6% i el 14%.

Feu-ho, doncs, unes quantes vegades, anoteu cada una de les estimacions i mireu de deduir si hi ha algun valor que aniria bé per a totes les mostres que heu pres... aquest serà el valor que podreu estimar. Anoteu-lo i després, en la sessió de posada en comú us direm quin és aquest valor!

Referències

Teniu una explicació molt detallada, amb enllaços a altres fonts d'informació, sobre tots els mòduls de probabilitats i estadística en l'article següent d'Enric Brasó, **mmaca** (revista *Nou Biaix*, desembre de 2015, *SCM/Feemcat*) publicacions.iec.cat/repository/pdf/00000222%5C00000078.pdf

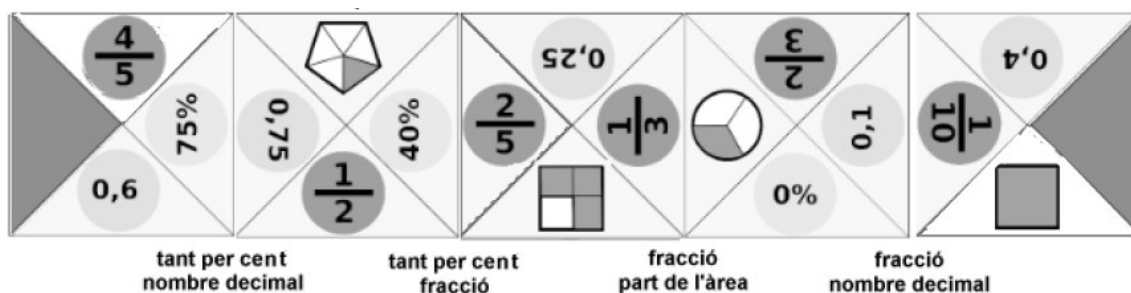
Trencaclosques de fraccions

Quan entreu a la sala **George Pólya** veureu de seguida una taula amb dos jocs (diferents) de 16 peces quadrades cada un.

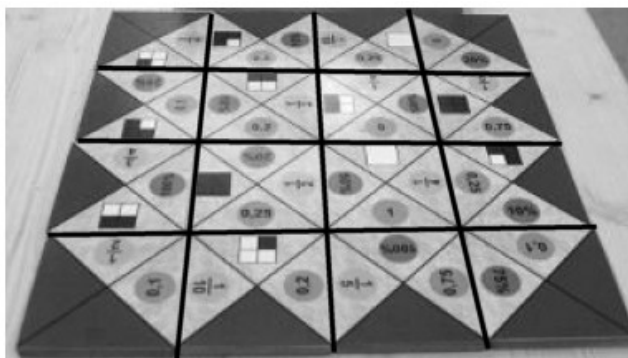
(els dos jocs són a la mateixa taula, separats convenientment).

L'objectiu és fer-vos reflexionar sobre fraccions i nombres decimals, relacionar-los amb les percentatges i fer visuals aquestes quantitats com a part de l'àrea d'una figura.

Vegeu alguns models de possibles peces (no són estrictament les que hi ha al mòdul, s'han ideat per mostrar uns exemples encadenats) col·locades de manera que posen de manifest aquestes relacions.



Es tracta de compondre un trencaclosques encaixant totes les setze peces de manera que, en tots els casos, cada dos costats contigus mostrin una relació correcta. Vegeu que els triangles vermells de les peces han de quedar al voltant del trencaclosques una vegada muntat correctament



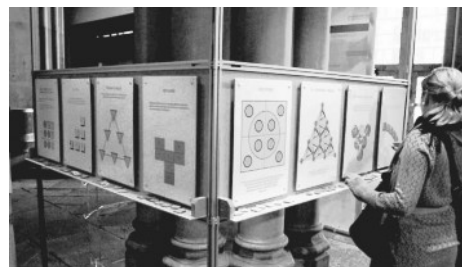
Les dimensions de les peces permeten treballar-hi col·lectivament, i això és el que us demanem. Els components de l'equip podeu repartir-vos, uns quants amb un joc, els altres amb l'altre joc.

Informació del mòdul, amb la possibilitat de descàrrega del material a

<http://www.mmaca.cat/index.php/moduls/puzles-numerics>

Reptes de càlcul

A la paret de la dreta de la sala **George Pólya** veureu uns plafons (que a la foto teniu en una de les exposicions itinerants que ha fet el mmaca) que presenten reptes numèrics.



Podeu dedicar-hi una estona. No cal que tots feu tots els reptes; us els podeu repartir i treballar-ne un cada component de l'equip.

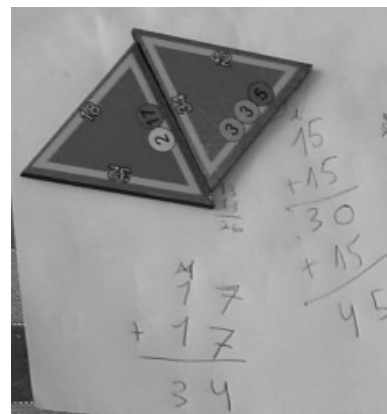
Referència:

En un element de l'Arc (*Jocs numèrics amb l'Scratch*) es presenta una col·lecció de 30 reptes numèrics que es poden treballar interactivament. Alguns dels que heu vist als mòduls del **mmaca** hi apareixen i n'hi ha molts més i hi ha informació complementària. Si voleu accedir directament a les activitats programades per treballar-hi en línia, <http://www.cangur.org/estalmat/jocsscratch>.

(Hi pot haver alguns problemes de funcionament segons la versió de java que tingueu instal·lada.)

Dòmino de descomposició de nombres primers

En aquest dòmino triangular cal aparellar els nombres amb la seva descomposició en factors primers... o també, per als més menuts, (com es veu a la imatge, que ho ha fet una nena), deduir el resultat de les multiplicacions, buscar el resultat en una altra fitxa i emparellar-les..

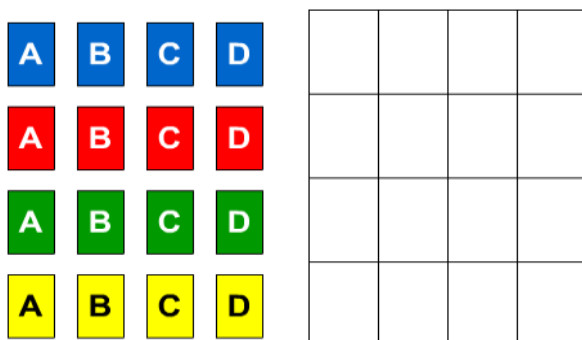


Quadrats grecolatins

Arreu del món, se celebren jornades dedicades a Martin Gardner en record de l'aniversari del seu naixement. El **mmaca** no és una excepció i es fa el darrer diumenge d'octubre. Si algun any hi podeu anar, animeu-vos!!! En els mòduls del **mmaca**, a la sala Martin Gardner n'hi ha un dedicat als quadrats grecolatins.

En un quadrat llatí cal distribuir els elements de manera que en cada fila i en cada columna tots els valors siguin diferents. Un quadrat grecolatí afegeix condicions: cada element té dues característiques, que en cada fila i en cada

Es tracta de col·locar les setze peces a la quadrícula de manera que ni en cap fila ni en cap columna es repeteixi un color o una lletra. Proveu-ho!!!



columna no es poden repetir.

Referències:

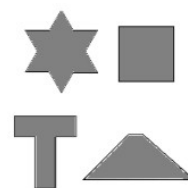
- Per a estudiar els quadrats grecolatins us recomanem aquest article del blog Calaix +ie: <http://calaix2.blogspot.com.es/2013/11/quadrats-greco-latins-un-joc-util.html>. D'allà hem tret la proposta que us hem fet i hi teniu citat aquest article: *Enmendando a Euler: el descubrimiento de un cuadrado greco-latino de orden 10*, del llibre *Nuevos pasatiempos matemáticos* de Martin Gardner.

Trencaclosques amb descomposicions de polígons

A sala Pere Puig Adam

Tot i que no sempre sembli que serà possible, en un primer cop d'ull, hi ha un teorema que diu que dos polígons qualssevol amb la mateixa àrea es poden descompondre en unes quantes peces poligonals de manera que, amb aquestes peces, es pot construir tant un polígon com l'altre.

En aquest mòdul us proposem que practiqueu algunes d'aquestes particions. Les que es presenten al **mmaca**, estan resoltes de manera que el nombre de peces amb què es fan les descomposicions és el mínim possible. A la dreta teniu les formes de dues parelles d'aquests polígons.



Referència

Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien:

https://en.wikipedia.org/wiki/Wallace-Bolyai-Gerwien_theorem

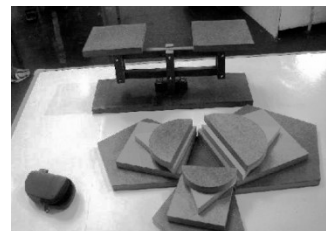
Puzles pitagòrics

Si ja heu estudiat el Teorema de Pitàgores sabeu que parla del quadrat de la hipotenusa i dels quadrats dels dos catets d'un triangle rectangle.

En aquest mòdul es tracta de reforçar la idea, fonamental en el teorema, que ens diu que quan es parla de *quadrat* convé interpretar-ho com *l'àrea del quadrat*.

Trobareu tres trencaclosques que permeten fer visual el fet que la suma de les àrees dels dos quadrats construïts de manera que tinguin com a costats els dos catets d'un triangle rectangle és igual a l'àrea del quadrat construït sobre la hipotenusa.

Per reforçar més aquesta idea, tenint en compte el fet que amb peces del mateix material i el mateix gruix el pes és proporcional a l'àrea, teniu unes *balances pitagòriques*. Comproveu-hi el teorema i vegeu que es poden fer visuals algunes generalitzacions amb altres figures construïdes prenent com a base la hipotenusa i els catets d'un triangle rectangle.



Per treballar més aquest tema:

<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/pitagoras.htm>

amb la mateixa observació que hem fet en l'altre enllaç d'aquesta pàgina

Nombres senars, quadrats i cubs



En aquest mòdul hi teniu demostracions visuals de diverses propietats numèriques. Tot i que en aquest full ho comentem breument us aconsellem (com sempre!) que llegiu amb molta atenció els plafons explicatius i que, entre tota la colla que formeu part de l'equip de treball comenteu les deduccions que feu.

En primer lloc pot ser interessant que treballeu la relació entre la suma de nombres senars i els quadrats, que tal vegada ja coneixíeu. Redacteu la propietat:



Pero és que podreu anar més enllà! Us adonareu que sumant nombres senars també podem obtenir els cubs! Escriviu aquí com podem obtenir 4^3 i 5^3 com a suma de nombres imparells consecutius.



Si encara teniu temps per dedicar a aquest mòdul (o potser, per als més grans, podeu començar per aquí) teniu trencaclosques 3D que us permetran veure propietats de la suma de quadrats. Redacteu aquí, amb les vostres paraules (sense fórmules!) la propietat que heu pogut comprovar empíricament (és a dir, mitjançant la visualització).

Mòdul L'anell de foc.

Es proposen dos nivells de treball amb aquest mòdul, segons el nivell escolar.

Seccions planes del cub i del cilindre (I)

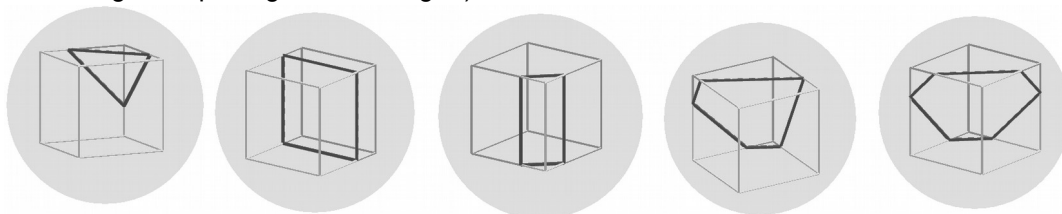
- Imagineu que teniu un cub de plastilina i el tallem en dues peces mitjançant un sol tall amb un ganivet. Si observem el polígon que separa les dues peces, d'aquest polígon se'n diu *la secció d'un cub per un pla*. Quan ho feu poden resultar polígons diversos. Us demanem que estúdieu quins polígons poden aparèixer quan es fa la secció plana d'un cub. Ara bé, no us proposem que ho feu amb plastilina sinó que aneu al mòdul indicat al títol d'aquesta pàgina i comproveu que allà es poden visualitzar les seccions de manera molt entenedora.
- Estúdieu ara les seccions planes d'un cilindre. Quines figures apareixen?

Us demanem que ho proveu de dibuixar. En la carpeta que inclou el material de cada equip teniu fulls quadriculats que us poden ajudar en aquesta tasca.

Seccions planes del cub i d'altres figures (II)

Aneu al mòdul *L'anell de foc* i experimenteu com es fa per fer visuals les seccions planes d'un cub o d'altres figures.

- Primer de tot podeu visualitzar les seccions d'un cub que teniu dibuixades tot seguit (un triangle, un quadrat, un rectangle, un pentàgon, un hexàgon).

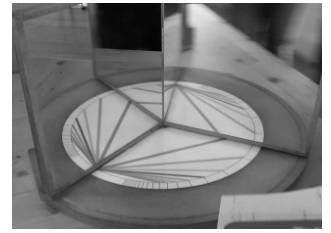


- Ara us demanem que investigueu una mica i que penseu si es pot trobar com a secció un paral·lelogram que no sigui rectangle. És un paral·lelogram d'algun tipus especial? Es pot obtenir un trapezi?
- Estúdieu totes les seccions que es poden obtenir quan es talla un tetràedre per un pla.
- Si encara hi podeu dedicar més temps, estúdieu també seccions del dodecaedre o d'altres cossos.

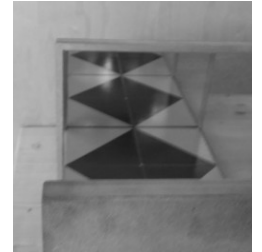
Pot ser interessant que ho proveu de dibuixar. En la carpeta que inclou el material de cada equip teniu fulls suficients per a tot l'equip.

Treball amb miralls (I): Figures de pallassos, angles i polígons, mosaics.

Alguns i algunes podeu "jugar" amb un sol mirall i construir cares de pallassos, que poden ser ben diverses. I ja amb les possibilitats del treball amb diversos miralls podeu fer visuals polígons. Per exemple: de quin color aconseguiu veure un hexàgon? I un pentàgon?



I mentrestant els altres, amb un mirall, podeu aconseguir polígons acolorits de colors i formes variades i després, amb el joc amb dos miralls podeu aconseguir mosaics "infinits". Enteneu per què s'aconsegueix la visualització "infinita"?

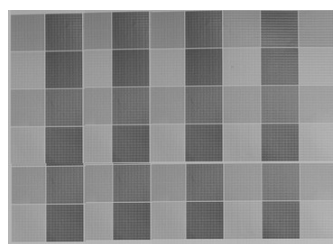
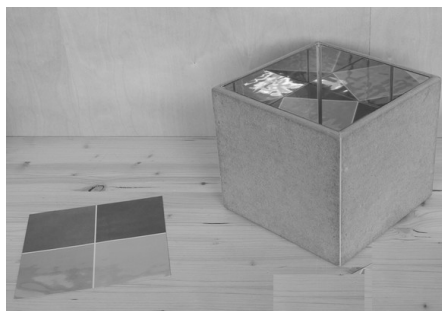


Treballs amb miralls (II): Calidoscopis per fer mosaics amb miralls

Podreu veure sis calidoscopis prismàtics, cadascun dels quals té associat un conjunt de plantilles que, situades a la base del prisma, permeten que els miralls reflecteixin una tessellació infinita del pla.

El mòdul també inclou un mural amb els diversos enrajolats que es poden obtenir. La feina es planteja així:

- Escull un dels calidoscopis plans, posa-hi un dels polígons pintats que li corresponen.
- Observa el mosaic infinit que es genera i busca aquest mosaic en el cartell.



Ara bé, com que veureu un mural amb molts possibles mosaics us proposem una feina encara més creativa:

- Mireu un dels mosaics i intenteu veure amb quin calidoscopi i amb quina peça individual s'ha generat

Treball amb miralls (III): Cadena calidoscòpica, calidoscopi de políedres

Teniu dos conjunts de tres miralls disposats formant el que se'n diu un calidoscopi catadiòptic.

En un d'aquests calidoscopis el repte és que, amb unes poques anelles i mitges anelles, aconseguir fer visual una cadena de 12 anelles.

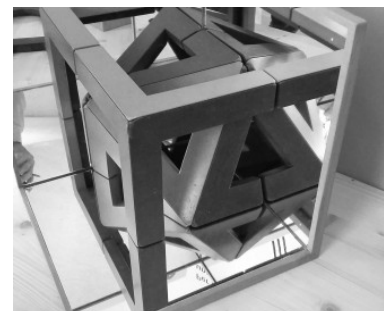


En l'altre teniu a punt una peça que, col·locada adequadament permet fer visual un dodecaedre. Quantes cares té un dodecaedre? La visió amb el calidoscopi, us pot ajudar per a comptar quants vèrtexs i quantes arestes té el dodecaedre?



A més a més a la taula del mòdul tindreu les peces adequades per a "construir" (és a dir, per fer visuals) un cub, un octaedre i un icosaedre. Ànim!

Com a repte us proposem comprovar que els centres de les cares d'un cub determinen un octaedre. A veure si ho aconseguiu! En la figura de la dreta ho teniu "a mig fer".



L'esfera de la Terra i els mapes. Quina ruta fan els avions?

Alguns dels grups de treball d'aquesta jornada podran fer una visita guiada al mòdul **L'esfera de la terra**, de la sala Eratòstenes. Aquest és un mòdul del **mmaca** guardonat amb el primer premi en la conferència internacional "2013 Mathematics of planet Earth (UNESCO - IMU)". Com a material annex de la jornada teniu un document que descriu amb detall com en aquest mòdul es treballa amb les diferents projeccions d'una esfera a un pla per fer un mapa de la terra sobre paper i inclou una imatge que permet construir un "mapa octaèdric" de la Terra.



En aquest mòdul mitjançant un programa informàtic, una esfera terrestre i altres objectes es visualitzen les distorsions que es produeixen en diverses representacions planes de la terra. L'autor del programa (Daniel Ramos, **mmaca**) ho explica així en una entrevista: *"La Terra és una esfera. Vostè la vol representar en un pla en dues dimensions: un fragment de paper que es pot guardar a la butxaca. Però si projecta una esfera en un pla, la distorsió és inevitable. I aquesta és la imatge que té la gent del món!"*.

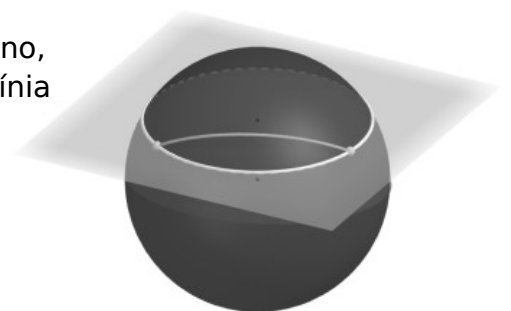
En aquest mòdul (<http://www.mmaca.cat/index.php/10-moduls/88-lesferadelaterra>) s'intenta fer entendre millor la interpretació dels mapes, ara fem una reflexió i una proposta per reflexionar sobre el fet que "una línia recta sobre un mapa" no és, necessàriament, la línia més curta per a unir dos punts sobre la superfície terrestre.

- Barcelona i New York tenen molt aproximadament la mateixa latitud, 41°N . Barcelona té longitud 2°E i Nova York 74°W . Quina distància és la més curta sobre la superfície entre els dos punts marcats, que serà la ruta recomanada per als avions? Serà la que va pel paral·lel?

En aquesta referència <http://megustavolar.iberia.com/2010/09/cuando-la-linea-recta-no-es-la-mas-corta/> hi teniu un lectura suggerida.

Veureu que parla de "la línia recta" quan vol dir "una recta dibuixada sobre un mapa pla", però justament ho fa per dir que no, que no és l'arc de circumferència que va seguint el paral·lel la "línia més curta". Encara que no ho sembli és l'altre arc que teniu a la figura de la dreta.

Quina és aquesta línia més curta sobre la superfície de l'esfera terrestre? És un arc de la circumferència del que s'anomena *un cercle màxim*, que és una circumferència que té com a centre el centre de la terra i que passa pels dos punts considerats



Per als més grans queda el repte de calcular mitjançant la trigonometria, quines són aquestes dues distàncies.

I tothom ja pot anar avançant molt en el tema amb l'ús del programa GeoGebra. Amb l'ús de les eines de la geometria 3D del GeoGebra i la possibilitat d'obtenir la representació en 2D de qualsevol pla i les figures que hi són representades, es pot arribar a obtenir-ne els valors.

Ànim!

- Resposta: suposant la Terra esfèrica de radi 6400 km, l distància pel paral·lel des de Barcelona a New York és aproximadament 6406 km i pel cercle màxim aproximadament de 6182 km. `

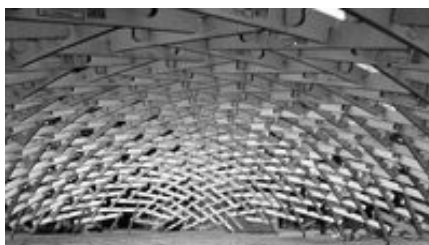
Les cúpules de Leonardo (taller)

Per acabar la jornada matemàtica desenvoluparem una activitat col·lectiva.

Aa partir d'una idea de Leonardo de Vinci, i seguint les indicacions de l'equip del mmaca veurem que, només amb peces com aquesta, que e spoden indicar com bastons Leonardome



podem arribar a construir una cúpula com la de la foto:



Aquí teniu uns xiquets que fan aquesta activitat



i mainada que ja s'ha pogut posar a dintre de la cúpula.



Ho aconseguirem? Segur que sí i que serà un excel·lent "fi de festa" !

Referència: A la pàgina <http://www.mmaca.cat/les-cupules-de-leonardo> de la web del **mmaca** trobareu una descripció de les cúpules de Leonardo, que es construeixen amb els bastons *Leonardome*, amb dos enllaços molt interessants, un a la *Guia didàctica del Leonardome*, i un altre a un interessant article d'Enric Brasó *Les cúpules de Leonardo da Vinci* a la revista **NOU BIAIX**

número 42 (editada per FEEMCAT i SCM). Aquest article també el podeu descarregar directament des de <https://publicacions.iec.cat/repository/pdf/00000266/00000085.p>