

El libro de espejos. Aplicaciones didácticas

Antonio Bermejo Fuertes

**IDEAS
Y
RECURSOS**

Los profesores tenemos que ser conscientes de que establecer la labor diaria del aula (lo que quiere decir, determinar claramente qué queremos que nuestros alumnos aprendan y mediante qué actividades intentaremos que se consiga este aprendizaje) no se puede dejar al simple uso del libro de texto; y, aunque el uso de este material sigue siendo prioritario en las aulas, es importante que no sea el único referente curricular.

Los materiales que aquí se presentan pueden ser útiles como un primer paso para entrar en la Geometría en el segundo ciclo de la ESO. Se plantea el estudio de las figuras planas como una investigación que el alumno realiza a partir de unas premisas mínimas por parte del profesor. En este sentido se hace más patente que nunca la frase: «Una clase de Geometría sólo está viva si los alumnos hacen Geometría».

LA FORMACIÓN del docente, por su propia naturaleza, exige procesos de aprendizaje diversos que incluyan desde el análisis y la reflexión sobre la propia práctica, hasta el acceso significativo a contenidos y habilidades pertenecientes a diversos ámbitos del conocimiento. En esta vía, el profesor ha de avanzar hacia un modelo de enseñante «capaz de reflexionar críticamente sobre su práctica, de analizar el contexto y adecuar a ese análisis sus decisiones, de desarrollar su autonomía profesional y de lograr una visión global de los problemas implicados en su trabajo; finalmente, capaz de desarrollar un trabajo cooperativo en su centro en el marco de una cultura de colaboración».

El trabajo que se presenta, se encuadra en el Bloque 2.º «Geometría» del 3.º curso de la ESO, e intenta ser una herramienta de trabajo a través de la cual se pretende poner de manifiesto que el proceso de asimilación de conocimientos por parte del alumno mejora cuando éste participa directamente en la construcción de sus propios aprendizajes. La dinámica que conlleva consigo este proceso implica la asunción de determinados roles por parte de profesores y alumnos; así hablamos de un profesor en la vía de facilitador, innovador en la acción, cooperador. Profesor que interviene sólo cuando es necesario, estimulando la colaboración y la discusión entre sus alumnos; favoreciendo el uso de estrategias, explorando posibilidades diversas, experimentando, es decir, reforzando la necesidad de la investigación en el estudio de las matemáticas. En este sentido cabe recordar que:

El miedo que muchos niños y muchos adultos sienten hacia las matemáticas, deriva muy a menudo del énfasis que se da a la respuesta «correcta». En el trabajo de investigación se trata de estimular la actitud de llegar a saber, de probar, de experimentar y modificar esas cosas que estamos tratando de comprender y utilizar. (Fisher y Vince, 1990: 3)

En la actividad que se presenta vamos a desarrollar algunos aspectos: título, objetivos y contenidos que se trabajan, materiales y recursos que se necesitan, tiempo, evaluación y anexos.

Título de la actividad: «El libro de espejos. Aplicaciones didácticas»

A lo largo de la actividad se pretende que el alumno vaya haciendo un recorrido por el plano, centrando su atención, en primer lugar, en las formas poligonales, atendiendo a su clasificación según diferentes propiedades.

Objetivos

Al término de esta actividad, los alumnos han de ser capaces de alcanzar los siguientes objetivos:

- 1.º Dibujar, construir y manipular formas poligonales analizando el potencial generador de las formas geométricas.
- 2.º Resolver problemas de clasificación, trazado o combinación de formas poligonales.

Estos objetivos se concretan de la siguiente forma, a la hora de trabajarlos en el aula (objetivos didácticos):

- 1.º Utilizar correctamente el libro de espejos para obtener polígonos regulares.
- 2.º Reconocer figuras planas y describirlas utilizando un vocabulario geométrico preciso.
- 3.º Clasificar figuras planas atendiendo a criterios sencillos.
- 4.º Conocer los elementos característicos de los polígonos.
- 5.º Reconocer los elementos geométricos: lado, ángulo, vértice y arista.
- 6.º Manejar formas planas con ciertas regularidades.
- 7.º Elegir formas planas que se ajusten mejor a unas condiciones dadas.
- 8.º Confiar en las propias capacidades para percibir las construcciones planas.

Contenidos

Conceptuales

- Libro de espejos: elementos.
- Clasificación de los polígonos: regulares e irregulares.
- Elementos característicos de los polígonos: apotema, ángulo central, ángulo interior.

A lo largo de la actividad se pretende que el alumno vaya haciendo un recorrido por el plano, centrando su atención, en primer lugar, en las formas poligonales, atendiendo a su clasificación según diferentes propiedades.

- Medida de ángulos centrales y ángulos interiores en los polígonos regulares.
- Tratamiento manipulativo del concepto de simetría.
- Ejes de simetría en las figuras planas. Estudio de los elementos que se conservan en las simetrías.

Procedimentales

- Manejo del libro de espejos para la obtención de polígonos, tanto regulares como irregulares, y observación de su descomposición en triángulos.
- Utilización del transportador para la obtención de los ángulos centrales de los polígonos regulares.
- Búsqueda de regularidades y utilización del lenguaje algebraico para expresar las medidas de distintos ángulos de los polígonos regulares.
- Identificación de simetrías y regularidades en figuras geométricas, formas de la naturaleza, dibujos, etc.
- Localización de figuras planas que verifican unas determinadas propiedades bien al azar, bien por métodos rigurosos.
- Comprobación de propiedades que caracterizan las figuras planas.
- Utilización de la estrategia «suponer el problema resuelto» para resolver problemas de construcciones geométricas.

Actitudinales

- Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas.
- Confianza en las propias capacidades para percibir el plano y resolver problemas geométricos.
- Flexibilidad para enfrentarse a situaciones geométricas desde distintos puntos de vista.
- Valoración del trabajo cooperativo en equipo.

Orientaciones didácticas

La dinámica prevista en la actividad es la de proponer la realización de las distintas partes de la actividad (acciones) como una labor personal, que después dé lugar a una discusión y trabajo en grupo, para una posterior puesta en común de conclusiones de toda la clase.

En cualquier caso, se ha de propiciar un diálogo participativo de todos los alumnos, que permita completar las acciones y profundizar en aquellos aspectos que el profesor estime más oportuno. El profesor ha de procurar sacar a la luz todas las aportaciones, correctas o no. En primer lugar, para dar a todos los alumnos la oportunidad de expresarse; y, en segundo, para que las aportaciones erróneas puedan corregirse, o enriquecerse en su caso, con las sugerencias de los demás.

En cada acción se propone siempre alguna de las premisas siguientes donde se intentan recoger las características más importantes que deberían cumplir todo tipo de actividades:

- 1.º *Descubrir*. Se da una información por dibujos y el alumno tiene que encontrar las figuras o transformaciones objeto de estudio. Aquí se recoge una de las características más importantes de toda actividad: *debe posibilitar descubrir propiedades*. Este es un apartado fundamentalmente motivador para el alumno.
- 2.º *Diseñar*. Se trata de realizar dibujos o esquemas a partir de un modelo abierto y flexible dado, con el fin de generar algo nuevo relacionado con el tema de estudio. Se recoge así la importancia de que toda actividad potencie un pensamiento creativo, así como el permitir establecer relaciones entre las situaciones estudiadas y las construidas.
- 3.º *Experimentar*. Es una experiencia tipo taller a partir de materiales que se dan al alumno, tratando de que se generen aplicaciones, fundamentalmente, de cara a la vida ordinaria.
- 4.º *Calcular*. Resolución de una situación problemática planteada. En

*Es muy sencillo
de construir
[el libro de espejos].*

*Basta tomar
dos espejos
de 10 × 10 cm,
y unirlos por
uno de sus bordes
con cinta
adhesiva,
de manera que
las superficies
reflectantes
queden hacia
el interior.*

este sentido conviene tener en cuenta que toda actividad debe generar, primero desequilibrio, y, después, asimilación y acomodación de los nuevos conceptos.

En el cuadro 1 se recogen las opciones que se contemplan, como más significativas, para cada uno de los once puntos comunes que componen la actividad.

Núm. acción	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Descubrir	*							*			*
Diseñar					*		*				
Experimentar		*				*			*		
Calcular			*	*						*	

Cuadro 1

Después de la puesta en común, en cada acción, el profesor ha de hacer una síntesis de conclusiones, completando aquellos aspectos que sea preciso, dando rigor cuando sea necesario y siempre reforzando la importancia de la investigación en el estudio de las matemáticas.

¿Qué es el libro de espejos?

Es muy sencillo de construir. Basta tomar dos espejos de 10 × 10 cm, y unirlos por uno de sus bordes con cinta adhesiva, de manera que las superficies reflectantes queden hacia el interior (figura 1).

Si tomamos un papel y situamos encima el libro de espejos, y a continuación dibujamos un punto o una recta entre sus láminas, inmediatamente veremos como se produce la multiplicación de imágenes. Donde antes había un punto ahora aparecen multitud de ellos, donde antes había un segmento ahora tenemos polígonos.

Acción 1

Traza una línea en un papel, sitúa encima el libro de espejos. Abre y cierra sus hojas; aparecerán polígonos. Consigue uno de 3 lados; otro de 4; otro de 5... Cada uno

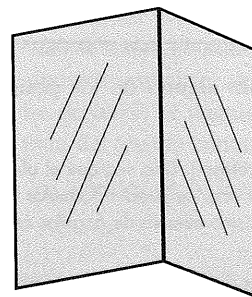


Figura 1

de estos polígonos aparece descompuesto en una serie de triángulos. ¿Cuántos en cada caso?

¿De qué forma, o en qué posición tenemos que colocar el libro de espejos sobre la línea recta para que el polígono que resulte parezca regular? ¿Cómo son, en este caso, los triángulos en que se descompone cada uno de ellos?

Acción 2

Sitúa las hojas del libro sobre la línea, de forma que el polígono obtenido sea un cuadrado. Observa la figura 2. Aparecen dibujados dos ángulos: el ángulo A que se denomina central y el B que se denomina interior.

Podrás calcular fácilmente la suma de los cuatro ángulos centrales del cuadrado y, en consecuencia, el valor de uno de ellos.

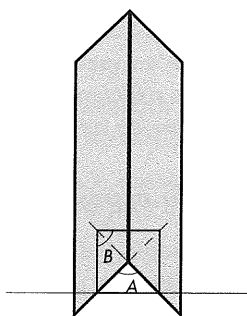


Figura 2

Completa a continuación la tabla:

Núm. de la dos del polígono obtenido	3	4	5	6	...	n
Valor del ángulo central						

Utilizando un transportador de ángulos podemos dar la vuelta al problema. Así, con el transportador, el libro de espejos y una hoja en blanco: ¿cómo debemos colocar los espejos para estar seguros de ver un cuadrado? ¿Qué ángulo deben formar las hojas del libro?

A continuación une, mediante una línea, los dos extremos de las hojas del libro, o bien dos puntos equidistantes, comprobando si efectivamente has conseguido un cuadrado.

Haz lo mismo para alguno de los polígonos de la tabla anterior.

NPP (Nota para el profesor). Una vez que el alumno calcula el ángulo central de un cuadrado, se pueden formular conjeturas: ¿todos los polígonos tienen el mismo número de ángulos centrales?, ¿su suma es siempre la misma?

El libro de espejos es una herramienta muy útil para buscar las respuestas adecuadas. Por otro lado, es conveniente que los alumnos conozcan que la idea de ángulo central sólo es válida para los polígonos que pueden inscribirse en una circunferencia. Sin embargo, el concepto de ángulo de un polígono o ángulos interiores (el formado por dos lados consecutivos) permanece en cualquier polígono.

Además, a partir de un polígono regular cualquiera y cerrando poco a poco las hojas del libro, se pueden ir obteniendo progresivamente polígonos regulares de mayor número de lados; si apenas dejamos espacio entre sus hojas podemos conseguir una aproximación intuitiva al concepto de círculo como polígono regular de infinitos lados.

Como puedes observar en la figura 2, el triángulo formado por las hojas del libro y la línea dibujada en el papel es isósceles, ya que dos de sus lados (los que forman las hojas del libro) son iguales; en consecuencia, los ángulos opuestos también serán iguales; la suma de estos dos ángulos da justamente otro ángulo que aparece en la figura. ¿Cuál?

Acción 3

Completa la tabla:

Polígono de partida (número de lados)	3	4	5	6	...	n
Valor de cada uno de los dos ángulos iguales						
Valor del ángulo interior						

N.P.P. En el caso de n lados, en las tablas de las dos acciones anteriores, es preciso utilizar el lenguaje algebraico. Además, el proceso de generalización no siempre es sencillo. Se trata de hacer una conjetura y después preguntarse: ¿qué ocurriría si le doy a n un valor cualquiera?, esta propiedad, ¿es válida para todos los casos?, ¿supongamos que en lugar de... tuviésemos...?

Algunas estrategias reconocidas como muy interesantes para realizar la generalización son las que siguen: — Reconocer relaciones y regularidades.— Hacer conjeturas.— Generar ejemplos para poner a prueba una conjetura.— Considerar la iteración: añadir uno.— Coleccionar una variedad de ejemplos: probar números grandes.

Acción 4

Vamos a ver otro método para calcular el ángulo interior de un polígono. Observa la figura 2. Deseamos calcular la suma de todos sus ángulos interiores. Aunque en este caso es sencillo (puesto que se trata de 4 rectos) no siempre es así de fácil.

Vamos a hacerlo descomponiendo en triángulos el polígono de partida (en el

menor número posible), en este caso 2, por lo que la suma de sus ángulos será 180×2 y, en consecuencia, el valor de cada uno de ellos será $360/4$, o sea 90° . Completa la tabla:

Número de lados	3	4	5	6	...	n
Mínimo número de triángulos en que puede descomponerse						
Suma de los ángulos interiores						
Valor de cada ángulo interior						

Compara éstos con los resultados obtenidos en la tabla anterior. ¿Son semejantes las dos expresiones algebraicas para n lados?

Acción 5

Vamos a trazar la perpendicular a una recta r desde un punto O exterior a ella. Utilizaremos como regla una de las hojas del libro (figura 3).

1. Sitúa el vértice del libro en el punto y abre sus hojas, sobre la recta, de forma que se visualice un cuadrado. En consecuencia, el ángulo que forman las hojas del libro será de 90° .
 2. Mantenemos fija una hoja y giramos la otra hasta que éstas formen un ángulo de 45° . Por lo tanto, la hoja coincide con la apotema del cuadrado y será la perpendicular buscada ¿Por qué?
- Haz lo mismo cuando el punto se encuentra sobre la recta de partida.
 - ¿Cómo trazarías la paralela a una recta por un punto exterior a ella?

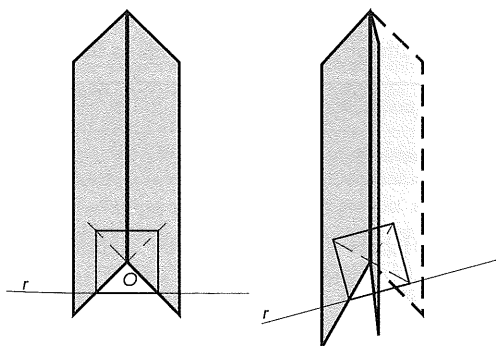


Figura 3

¿Cómo dividirías un segmento en dos partes iguales?
¿Y en cuatro?
¿Y en ocho?

- ¿Cómo dividirías un segmento en dos partes iguales? ¿Y en cuatro? ¿Y en ocho?

N.P.P.- Para dividir un segmento en dos partes iguales hay que situar el libro de espejos en sus extremos de forma que se visualice un cuadrado, por lo que las láminas serán así la mitad de las diagonales del cuadrado. A continuación basta aplicar el punto 2 anterior.

La división en 4, 8, 16..., es inmediata volviendo a aplicar sucesivamente este proceso.

Acción 6

Utilizando la técnica empleada en la acción anterior, coloca una de las hojas del libro de espejos perpendicular a la línea trazada en el papel. Mueve la otra hoja del libro abriéndolo o cerrándolo. ¿Qué observas?

- ¿Cómo es el triángulo que forman las hojas del libro de espejos y la línea recta dibujada en el papel?
- ¿Qué abertura tiene que tener el libro de espejos para conseguir los distintos polígonos regulares?
- ¿Cuántos triángulos rectángulos «cabén» en cada polígono?

Completa la tabla:

Número de lados	3	4	5	6	...	n
Número de triángulos						
Valor de la abertura						

Vamos a comparar los dos métodos que hemos empleado para construir un polígono regular con el libro de espejos.

Enumera sus semejanzas y sus diferencias. Completa después la tabla y valora los aciertos o errores.

Para el cuadrado	Por el método 1	Por el método 2
Número de triángulos en que puede descomponerse		
Valor del ángulo que forman las hojas del libro		
Valor del ángulo interior		
Suma de los ángulos que forman las hojas del libro		
Suma de los ángulos interiores		

Acción 7

El ángulo dibujado en la figura 4 corresponde al ángulo interior de un polígono regular. Utiliza el libro de espejos para comprobar de cuál se trata. A continuación, mediante el transportador de ángulos, asegúrate de la validez de tu respuesta. ¿Cuánto ha de medir el ángulo que forman las hojas del libro? ¿Se trata del ángulo central del polígono?

Haz lo mismo para los ángulos de la figura 5.

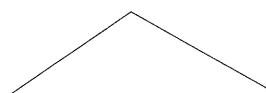


Figura 4

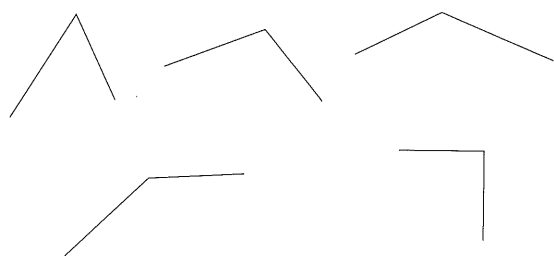


Figura 5

Ya habrás comprobado que la figura 4 corresponde al ángulo interior de un hexágono. Colocando de forma simétrica, sobre los lados de la figura, el libro de espejos, abrimos y cerramos sus hojas hasta conseguir los seis lados.

Existe, además, otra forma de colocar las hojas del libro para obtener el hexágono. Basta con mantener fija una de las hojas y mover la otra hasta alcanzar el vértice del ángulo interior. ¿Qué observas entonces? ¿Cómo se denomina la línea que ocupa ahora la hoja del libro que hemos movido, con respecto al ángulo interior del polígono?

Acción 8

En la naturaleza, en el arte, en el mundo cotidiano, estamos rodeados de figuras simétricas. Observa los dibujos de la figura 6.

A simple vista es fácil apreciar sus ejes de simetría. ¿Cuántos tiene cada una de ellas?

Una técnica muy sencilla para estudiar las simetrías es mediante el uso de un espejo. Así para tratar de encontrar las simetrías de estas figuras, sitúa un espejo sobre ellas y

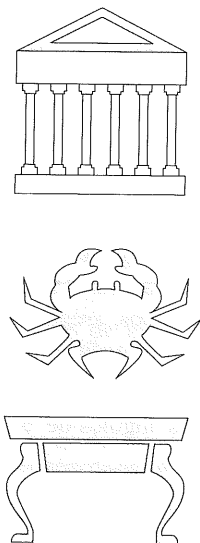


Figura 6

*En la naturaleza,
en el arte,
en el mundo
cotidiano,
estamos rodeados
de figuras
simétricas.*

varía su posición hasta conseguir ver la figura completa.

La línea sobre la que apoya el espejo es el eje de simetría. Comprueba de esta forma si las respuestas que acabas de dar son acertadas.

Acción 9

Analiza los dibujos de la figura 7. Busca todos sus ejes de simetría. Hazlo de dos formas:

- 1.^a Visualmente, sin utilizar ninguna herramienta, ni siquiera lápiz y papel. Es decir, observa atentamente cada uno de los dibujos y, utilizando solamente la vista, imagina sus ejes de simetría.
- 2.^a Mediante un espejo, y comprobar la validez de tus conjeturas.

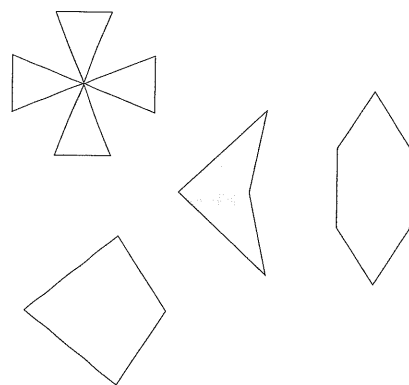


Figura 7

Acción 10

Aplicando los pasos de la acción anterior dibuja triángulos, cuadrados, pentágonos..., todos ellos regulares. Vamos a ver si existe relación entre ejes de simetría y número de lados. Completa la tabla:

Número de lados del polígono regular	3	4	5	6	...	n
Número de ejes de simetría						

Habrás comprobado que algunos ejes de simetría van de lado a lado, otros de vértice a lado y, finalmente, otros de vértice a vértice. ¿Cuántos de cada clase? Completa la tabla:

	De lado a lado	De vértice a lado	De vértice a vértice	Número de lados
Triángulo				
Cuadrado				
Pentágono				
Hexágono				
...				

¿Observas alguna relación entre todos los polígonos que tienen un número impar de lados? ¿Y entre los que tienen un número par?

Acción 11

A partir del primer dibujo de la figura 8 que hace la labor de modelo. ¿En qué posición deberás colocar el espejo para obtener el resto?

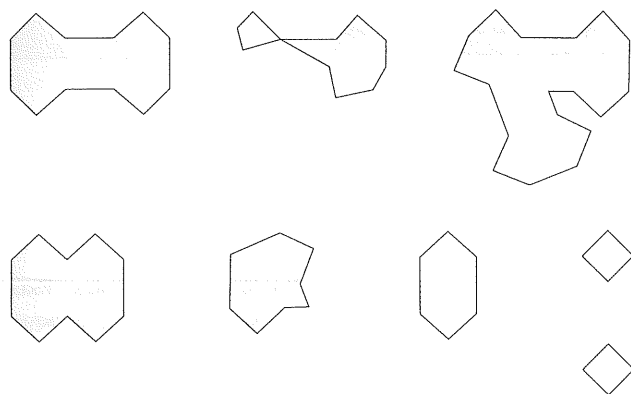


Figura 8

N.P.P. A partir de unos minutos y una vez que el alumno ha ensayado alguna posibilidad, también se puede estudiar el problema al revés: viendo la solución estudiar la posición en la que se ha de colocar el espejo para obtener la figura de partida.

La técnica consiste en observar detenidamente cada una de las figuras, imaginar cómo pueden obtenerse a partir de un modelo dado, y, una vez que tengamos completa seguridad, utilizar el espejo para comprobar si la hipótesis era cierta o no.

Es decir, se hace más hincapié en el análisis de cada figura y de sus ejes de simetría, y supone buscar «media figura» en el modelo de partida. Así, por ejemplo, la figura 9 tiene dos ejes de simetría:

En el primero, la mitad de esa figura, no se encuentra en el modelo de partida; en el segundo, la mitad de la figura sí que se encuentra en el modelo de partida, lo que nos indica cómo colocar el espejo.

*En la ESO
es preciso dotar
a todos
los alumnos
de un tronco
común...*

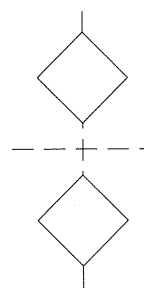


Figura 9

Tratamiento de la diversidad

En la ESO es preciso dotar a todos los alumnos de un tronco común, pero sin olvidar asegurar y exigir, al mismo tiempo, el desarrollo máximo de las capacidades de todos y cada uno de los alumnos. Se señala así la necesidad de atender a la diversidad facilitando itinerarios formativos, que, en algunos tramos, pueden ser distintos, según se correspondan con sus capacidades.

En el caso que nos ocupa, las acciones vistas hasta ahora se consideran básicas y, en consecuencia, comunes para todos los alumnos. Además hay previstas otros dos tipos:

- 1.º Acciones que podríamos llamar «complementarias» destinadas a aquellos alumnos que hayan realizado la parte común explicitada anteriormente.
- 2.º Acciones «de recuperación», para aquellos alumnos que encuentren serias dificultades para realizar las acciones comunes.

Actividades complementarias

Acción 12

Utilizando la técnica explicitada en la acción 5, vamos a trazar el simétrico de un punto O respecto a una recta r (figura 10).

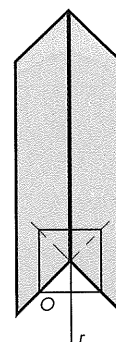


Figura 10

- 1.º Trazamos la perpendicular a la recta r desde el punto O .
- 2.º Situamos el vértice del libro de espejos sobre la recta r y una de sus hojas sobre el punto O y visualizamos un cuadrado moviendo la segunda hoja.
- 3.º El punto de corte de esta segunda hoja con la perpendicular trazada anteriormente nos da el punto buscado. ¿Por qué?

Acción 13

Nos planteamos dividir el ángulo de la figura 4 en dos partes iguales o, lo que es lo mismo, trazar la bisetriz. ¿Cómo conseguirlo? (figura 11).

Prolonga los lados del ángulo de forma que su longitud sea superior a la de las hojas del libro.

Sitúa sobre ellas el libro, mueve una de sus láminas hasta que la imagen especular del lado visible coincida en nuestra visual con la prolongación del lado no visible.

Puedes ahora utilizar un transportador para comprobar que no te has equivocado.

Haz lo mismo para el resto de ángulos de la acción anterior.

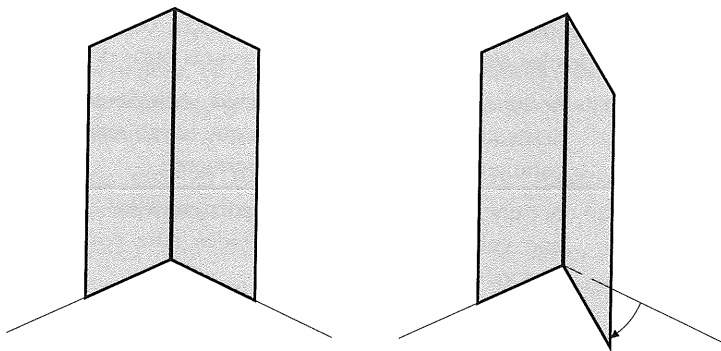


Figura 11

Acción 14

Observa la figura 12. En ella hay dos palillos. ¿Cómo tienen que colocarse para visualizar un cuadrado? ¿Qué ángulo forman entonces? ¿Cómo se llama dicho ángulo? ¿Y cómo han de colocarse para obtener un polígono estrellado de cuatro puntas?

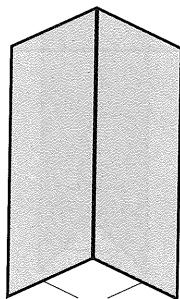


Figura 12

Acción 15

Completa las tablas:

Polígonos a obtener (número de lados)	3	4	5	6	...	n
Ángulo que forman los palillos						

Número de puntos de la estrella	3	4	5	6	...	n
Ángulo que forman los palillos						

Acción 16

Los polígonos estrellados también se pueden conseguir con una simple hoja en la que hemos dibujado una recta y el libro de espejos. ¿Cómo? Completa la tabla:

Número de puntos de la estrella	3	4	5	6	...	n
Ángulo de la abertura del libro						

Actividades de recuperación

Acción 17

Juega con las letras mayúsculas. Esas letras tienen eje de simetría; aunque varían de unas a otras. ¿Por qué?

A B C D

Utiliza el espejo para validar tus respuestas.

Acción 18

Observa las letras del abecedario. Algunas no tienen ejes de simetría, otras uno, otras dos, e incluso una tiene infinitos. ¿Cuál?

Completa la tabla:

Número de ejes	Letras del abecedario
1	
2	
...	
infinitos	

Inventa frases que tengan eje de simetría, bien vertical, bien horizontal. Utilizando después el espejo podrás obtener la frase entera. ¿Siempre?

Acción 19

Utilizando papel cuadriculado dibuja las figuras simétricas respecto al eje de simetría señalado con la letra «r» (figura 13). A continuación comprueba con un espejo si las respuestas son correctas.

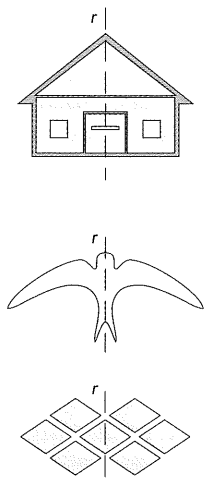


Figura 13

Acción 20

Si colocas un espejo, en cada dibujo de la figura 14, sobre la línea de puntos ¿cuál será la figura resultante? Dibújala en un papel y después utiliza el espejo para comprobar la validez de tu respuesta.

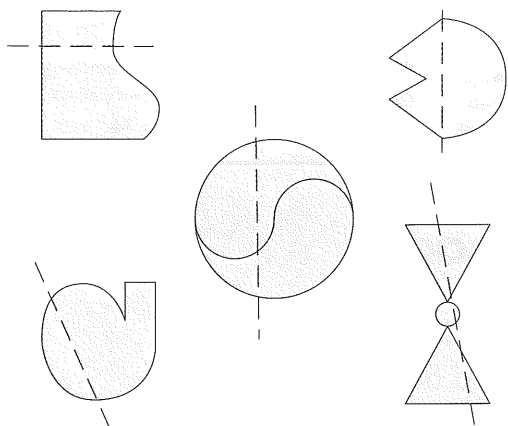


Figura 14

La introducción de cualquier material debe de ir precedida de un primer contacto libre y espontáneo por parte de los alumnos.

Recursos materiales

La introducción de cualquier material debe de ir precedida de un primer contacto libre y espontáneo por parte de los alumnos. Así, es importante que en este primer momento, no se les den orientaciones; que centren su atención en investigar, intercambiar ideas, lo que les permitirá descubrir por sí mismos algunas posibilidades del material. Posteriormente, se ha de promover la reflexión sobre lo que están haciendo, centrando su interés en las características y posibilidades que ofrece dicha manipulación.

En cualquier caso es preciso tener en cuenta que:

Aunque enseñar es un arte, ningún artista toma sus instrumentos de trabajo y actúa directamente ante su público. Nuestra actuación en clase requiere una minuciosa puesta en escena. (Pérez Gómez, 1994: 67)

Para el desarrollo de la actividad se sugiere que cada alumno trabaje con el siguiente material:

- Material personal: espejos rectangulares pequeños, regla, cartabones, transportador.
- Material de clase:
 - 1.º Fungible: papel, cartulina de colores, tramas diversas.
 - 2.º No fungible: paquetes de polígonos y círculos, retroproyector.

En cuanto al aula, conviene contar con mesas y sillas que permitan realizar trabajos por grupos. En este sentido, sería necesaria una organización flexible, para que podamos tener a distintos alumnos trabajando con actividades también diferentes, lo que conlleva la necesidad de delimitar claramente los tiempos y los recursos necesarios para poder llevar a cabo de una forma eficaz dicha labor.

Tiempo

Aunque cada grupo de alumnos tiene su propio ritmo de aprendizaje, es conveniente marcarse un horario indicativo, que permita dar un sentido global a la unidad dentro del bloque del curso en el que se lleve a cabo.

El tiempo previsto para realizar la actividad es la que sigue:

- Primera clase: acciones 1, 2, 3 y 4
- Segunda clase: acciones 5, 6 y 7
- Tercera clase: acciones 8, 9 y 11.

Para las actividades, bien de recuperación, bien complementarias, se pueden destinar dos clases.

Evaluación

La evaluación es un instrumento de investigación del profesor y debe de entenderse más como un medio, que como un fin; dentro del marco de la LOGSE, entre los fines u objetivos de la evaluación cabe destacar el de *descubrir las verdaderas necesidades de los alumnos*, en el sentido de ser capaces de conocer qué variables permiten que aprenda mejor, en qué situaciones de la clase rinde más, qué ayudas necesita, qué momento es el más adecuado para introducir estímulos o conceptos nuevos, con qué compañeros o grupos se relaciona mejor. La observación de los alumnos en el aula aporta datos fundamentales al profesor: iniciativa e interés por el trabajo, participación, aceptación del trabajo en equipo, hábitos de trabajo, conceptos mal aprendidos...

Asimismo, es importante que los alumnos conozcan los objetivos de aprendizaje, es decir, sepan lo que se espera que aprendan y tengan información de en qué grado lo van consiguiendo; así como de las dificultades que van encontrado y de los recursos que disponen para superarlas.

De los ocho objetivos que se proponían al principio del trabajo podemos concretarlos en dos criterios de evaluación:

- 1.º Conocer las posibilidades del libro de espejos para dibujar y construir formas poligonales, sabiendo clasificarlas. Reconocer y manejar los distintos elementos geométricos de los polígonos en general, y regulares en particular.
- 2.º Ser capaces de identificar ejes de simetría, saber trazarlos, reconocerlos en figuras y conocer propiedades básicas, apreciando su presencia en las formas cotidianas, industriales y artísticas.

Para su valoración basta diseñar alguna acción específica, semejantes a las descritas anteriormente, o bien proponer la realización de un proyecto de trabajo de formato semejante al presentado en el texto *Matemáticas de la forma* (Alsina, 1993: 16). El tema objeto del proyecto, puede ser el estudio de las simetrías en un edificio, cuadro o escultura que podamos visitar, además de que nos sea relativamente sencillo encontrar información escrita.

En definitiva, la Geometría nos permite acercar la matemática al mundo real, los alumnos, partiendo de un planteamiento experimental e intuitivo, y a través de la visualización, representación y experimentación, pueden analizar y resolver distintas situaciones problemáticas, con lo que cobra fuerza el aspecto formativo sobre el informativo: «Los aspectos de pensamiento son tan importantes como los productos finales del mismo»

...la Geometría
nos permite
acercar
la matemática
al mundo
real...

Antonio Bermejo
Centro de Profesores
y Recursos de Astorga.
Sociedad Castellano-Leonesa
de Profesores de Matemáticas

Bibliografía

- ALSINA CATALÁ, C. y otros (1989): *Simetría dinámica*, Síntesis, Madrid.
- ALSINA CATALÁ, C. y otros (1988): *Materiales para construir la Geometría*, Síntesis, Madrid.
- ALSINA CATALÁ, C. (1993): *Materiales Didácticos. Matemáticas de la Forma*, MEC.
- BERMEJO, A. (1995): «Materiales didácticos. Decorando el plano», *Sigma*, n.º 17, 95-114.
- BERMEJO, A. (1999): «Mosaicos. Movimientos en el plano», *Suma*, n.º 30, 111-120.
- FISHER R., y A. VINCE (1990): *Investigando las matemáticas*, Akal, Madrid.
- GRUPO CERO (1983): *Es posible*, ICE de la Universidad de Valencia, Valencia.
- GRUPO CERO (1984): *De 12 a 16. Un proyecto de Currículum de Matemáticas*, Mestral, Valencia.
- HERNÁN, F. y otro (1988): *Recursos en el aula de Matemáticas*, Síntesis, Madrid.
- MARTÍNEZ RECIO y otros (1989): *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la Geometría*, Síntesis, Madrid.
- MEC (1995): «Guía de recursos didácticos», *Matemáticas ESO*, Madrid.
- O'DAFFER PH. G. y otro (1976): *Laboratory Investigations in Geometry*, Addison-Wesley.
- PEREZ GÓMEZ, R. (1994): «Construir la Geometría», en *Geometría en todos los niveles y según el nivel*, Revista Uno, Graó, Barcelona.
- REVISTA UNO (1994): *Geometría en todos los niveles y según el nivel*, Graó, Barcelona.
- WEYL, H. (1990): *Simetría*, McGraw Hill, Madrid.

ENVÍO DE COLABORACIONES

Revista SUMA

ICE Universidad de Zaragoza

Pedro Cerbuna, 12. 50009-ZARAGOZA