

Las maletas de material manipulativo del MMACA

GUÍA DE ACOMPAÑAMIENTO
m4 geometría y estrategia

m4

**LAS MALETAS
DE MATERIAL MANIPULATIVO
DEL MMACA**

**MANUAL
DE REFERENCIA**

LAS MALETAS DE MATERIAL MANIPULATIVO DEL MMACA

Los módulos de esta exposición van dirigidos a todo tipo de público, a partir de 9 años. Las actividades permiten diferentes lecturas en función de los conocimientos de cada uno y contando con la colaboración de especialistas (educadores, profesorado, familias, voluntariado...). Están categorizados en cinco grandes apartados, muchas veces relacionados: Cálculo, Combinatoria, Estadística/Probabilidad, Estrategia y Geometría.

Son actividades que se pueden realizar con un grado máximo de autonomía y en un tiempo reducido.

La propuesta tiene un enfoque didáctico basado en el constructivismo social. El centro de todas las actividades está en el estudiante, de forma que vive la experiencia y el proceso personal de construcción y desarrollo de los conceptos. Las dinámicas relacionales en el grupo, la comunicación y los procesos de colaboración con otros objetivos primordiales.

La consolidación de los contenidos básicos es tan importante como el estímulo de la investigación, tanto a nivel individual como colectivo. La presentación de los temas como retos para resolver refuerza estos dos aspectos.

El criterio estricto utilizado para seleccionar los módulos de la exposición es que todo el material sea fácilmente reproducible y susceptible de adaptarse para su uso en las escuelas. Todas las actividades que proponemos se pueden utilizar en el aula, aunque el alumnado no haya visitado la exposición.

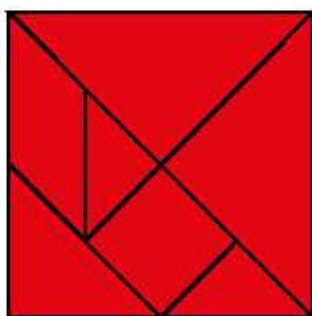
Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)

Se permite la reproducción, distribución y la obra derivada siempre que:
Se cite la autoría original y se indique si se han realizado modificaciones.
No se utilice el material con finalidades comerciales.
La obra derivada se distribuya bajo los mismos términos de la licencia.



2021 - Museu de Matemàtiques de Catalunya
Palau Mercader - Parc Can Mercader - Cornellà de Llobregat
contacte@mmaca.cat

PARADOJAS DEL TANGRAM



Utilizando las 7 piezas del tangram, puedes construir este jarrón... y el de al lado. ¿Cómo lo explicas?

Objetivo

Se trata de utilizar las mismas piezas para construir las diferentes figuras del tablero.

Permite trabajar la comparación de piezas, ver si tienen la misma forma, medida de sus lados, simetrías, etc.

Es muy importante destacar que las piezas del tablero tienen la misma superficie o área, debido a que están construidas con las mismas piezas.

En el aula

Hay muchos materiales que se pueden utilizar para construir polígonos y estudiar las variaciones del área y el perímetro. P.ej.: geoplano, mecano, tangram y otras disecciones.

- [Aritmética con tangram](#)
- [Figuras con tangram](#)
- [Polígonos equivalentes](#)
- [Duplicar el área del cuadrado con el tangram](#)
- [Los polígonos convexos construibles con el tangram](#)
- [Permutaciones con el tangram](#)
- [Parque jurásico con el tangram](#)
- [Cuadrados y rectángulos con el tangram](#)
- [Otras actividades con el tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [Construcción del tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [El mini tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)

DOBLAR CUADRADOS



Completa los cuadrados de pequeño a grande.

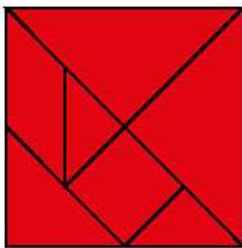
¿Cómo cambian las áreas de los cuadrados?

¿Cómo cambian los perímetros?

Objetivo

Comprobar los aumentos del perímetro y área modificando el lado.

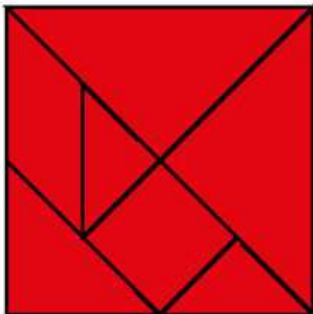
2x



En el aula

- [Duplicar el área del cuadrado con el tangram](#)
- [Figuras con el tangram](#)
- [Polígonos equivalentes](#)
- [Cuadrados y rectángulos con el tangram](#)
- [Los polígonos convexos construibles con el tangram](#)
- [Otras actividades con el tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [Construcción del tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [El mini tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)

POLÍGONOS CON EL TANGRAM



Construye estos polígonos convexos utilizando cada vez las siete piezas del tangram, sin superponerlas ni solaparlas.

Objetivo

Se trata de utilizar las siete piezas del tangram para construir los diferentes polígonos y ver como se modifica el perímetro y el área en las distintas disposiciones.

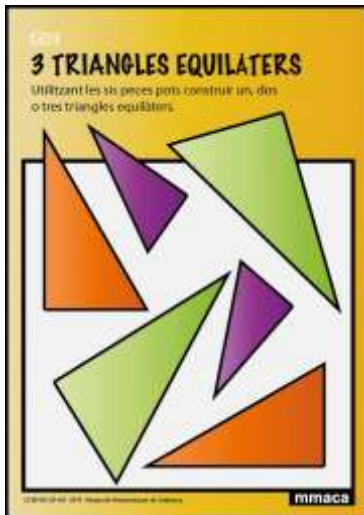
Permite trabajar comparando piezas, ver si tienen la misma forma, medida de sus lados, simetrías, etc.

Lo más importante sería destacar que las piezas del tablero tienen la misma superficie o área, al estar construidas con las mismas piezas, pero tienen distinto perímetro.

En el aula

- [Duplicar el área del cuadrado con el tangram](#)
- [Figuras con el tangram](#)
- [Polígonos equivalentes](#)
- [Cuadrados y rectángulos con el tangram](#)
- [Los polígonos convexos construibles con el tangram](#)
- [Otras actividades con el tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [Construcción del tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [El mini tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)

3 TRIÁNGULOS EQUILÁTEROS



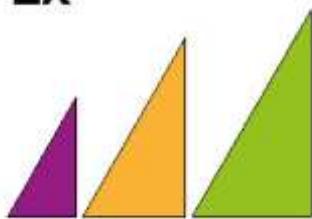
Utilizando las seis piezas puedes construir uno, dos o tres triángulos equiláteros.

Objetivo

Este material permite ver las diferentes propiedades de diferentes tipos de triángulos, así como las dimensiones de los lados y los ángulos.

Además, permite trabajar la relación lado, perímetro-área y la relación entre triángulos y rectángulos.

2x



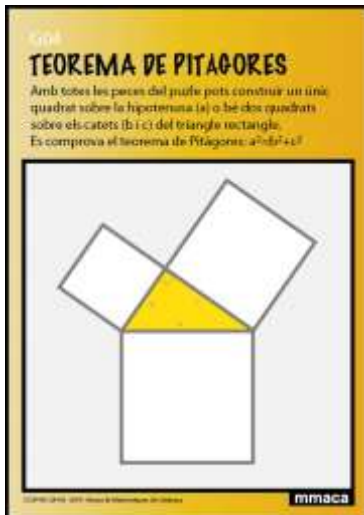
En el aula

Consideremos que el lado del triángulo amarillo es de 3 unidades.

Construimos ahora los triángulos de lado 2 (Morado), 4 (con 4 piezas) i 5 (con las seis piezas) unidades. ¿Cuánto mide el triángulo verde?

- [Tres triángulos equiláteros](#)
- [Polígonos equivalentes con triángulos rectángulos](#)

TEOREMA DE PITÁGORAS



Con todas las piezas puedes construir un único cuadrado sobre la hipotenusa (a) o también de dos cuadrados sobre los catetos (b y c) del triángulo rectángulo.

Se comprueba el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$

Objetivo

Evidenciar el origen geométrico del Teorema



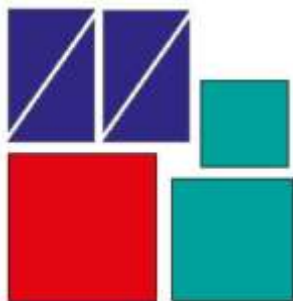
En el aula

- [Puzles de demostraciones del teorema de Pitágoras](#)

Competencias



TEOREMA DE PITÁGORAS



Rellena el marc utilitzando los cuatro triángulos y el cuadrado grande o los dos cuadrados pequeños.

Se comprueba el teorema de Pitágoras $a^2=b^2+c^2$

Objetivo

Evidenciar el origen geométrico del Teorema.

En el aula

- [Puzles de demostraciones del teorema de Pitágoras](#)

Competencias



VENTANA PITAGÓRICA



Se comprueba el teorema de Pitágoras: $a^2=b^2+c^2$

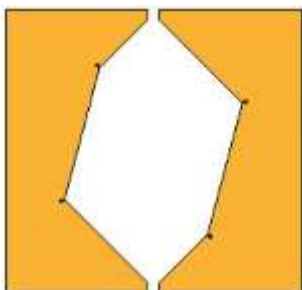
Objetivo

Evidenciar el origen geométrico del Teorema

En el aula

Puede ser interesante investigar el origen de esta demostración, que es posible atribuir a Leonardo da Vinci.

- [Puzles de demostraciones del teorema de Pitágoras](#)



Competencias



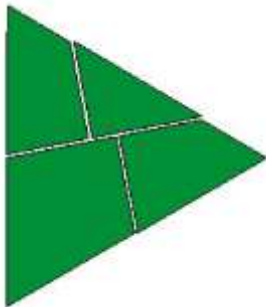
DISECCIÓN DE POLÍGONOS



Con las mismas piezas puedes construir un triángulo o un cuadrado.

Objetivo

Este material permite contemplar y evaluar que con el uso de las mismas piezas es posible formar diversas formas, del mismo modo podemos observar que cambia el perímetro, pero no el área.



En el aula

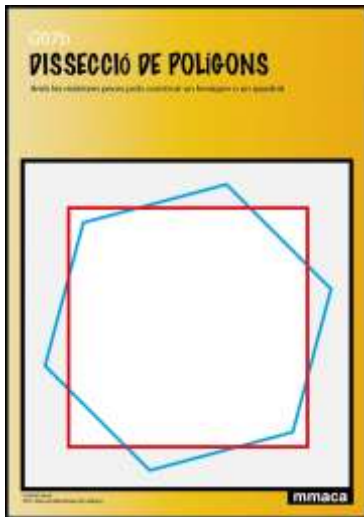
Es simple encontrar más disecciones de polígonos.

- [Construcción de Triángulos](#)
- [Disecciones de polígonos](#)
- [Descomposición de figuras](#)
- [Construcción de polígonos](#)
- [Dividir figuras pdf \(pptx\)](#)

Competencias



DISECCIÓN DE POLÍGONOS



Con las mismas piezas se puede construir un hexágono o un cuadrado.

Objetivo

Este material permite contemplar y evaluar que con el uso de las mismas piezas podemos formar diversas formas, del mismo modo observar que se modifica el perímetro, pero no el área.



En el aula

Es simple encontrar más disecciones de polígonos.

- [Construcción de Triángulos](#)
- [Disecciones de polígonos](#)
- [Descomposición de figuras](#)
- [Construcción de polígonos](#)
- [Dividir figuras pdf \(pptx\)](#)

Competencias



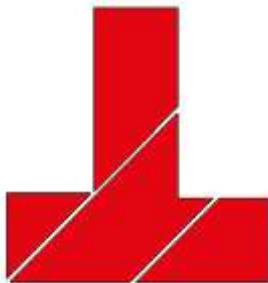
DISECCIÓN DE POLÍGONOS



Con las mismas piezas se pueden construir las tres figuras.

Objetivo

Este material permite contemplar y evaluar que con el uso de las mismas piezas podemos formar diversas formas, del mismo modo observar que se modifica el perímetro, pero no el área.



En el aula

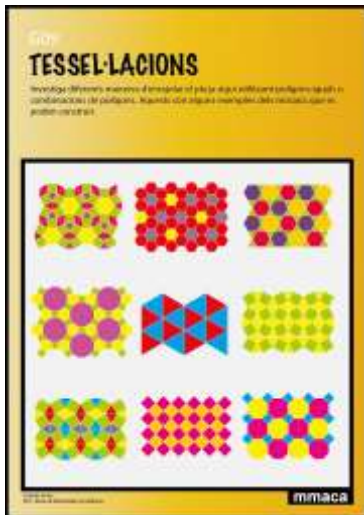
Es simple encontrar más disecciones de polígonos.

- [Construcción de Triángulos](#)
- [Disecciones de polígonos](#)
- [Descomposición de figuras](#)
- [Construcción de polígonos](#)
- [Dividir figuras pdf \(pptx\)](#)

Competencias



TESELACIONES



Investiga diferentes modos de alicatar el plano utilizando polígonos iguales o combinaciones de polígonos. Estos son algunos ejemplos de mosaicos que podemos construir.

Objetivo

Observar piezas con la misma medida de lado y ver con cuales podemos rellenar el plano.



En el aula

Se puede calcular la suma de los ángulos y comprobar que si en un mismo vértice la suma es 360° , podemos alicatar.

También se pueden trabajar otros tipos de teselaciones, construyendo nuevas piezas, partiendo de polígonos regulares, que encajen rellenando el plano (Alhambra, etc.).

- [Del monominó a los hexaminós](#)
- [Els pentominos](#)
- [Mosaicos con los rombos de Penrose](#)
- [Mosaicos Penrose \(pdf\), \(pptx\)](#)

Competencias



POLIEDROS



Con las piezas encajables, ¿puedes construir estos poliedros?

Investiga si puedes encontrar otro poliedro.

Objetivo

Trabajo con las características de los poliedros regulares, arquimedianos, irregulares.

Desarrollo de la visión espacial.



En el aula

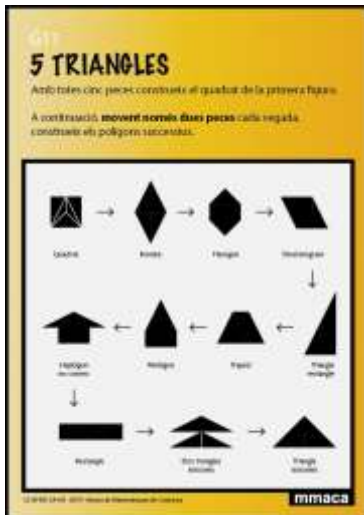
Hay muy buenos materiales para construir poliedros, más o menos caros y con más o menos potencialidades: Lokon, Polydron, Orbit.

- [Colección de poliedros, tetrabricks](#)
- [Del plano al espacio. Poliedros](#)
- [Prismas con el multilink](#)
- [Multilinks \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [Los cilindros de Galileo \(pdf\), \(pptx\)](#)

Competencias



5 TRIÁNGULOS



Con todas las cinco piezas construye el cuadrado de la primera figura.

A continuación, **moviendo solamente dos piezas** cada vez, construye los polígonos sucesivos.

Objetivo

Es un buen material para estimular la estrategia y la visión espacial.



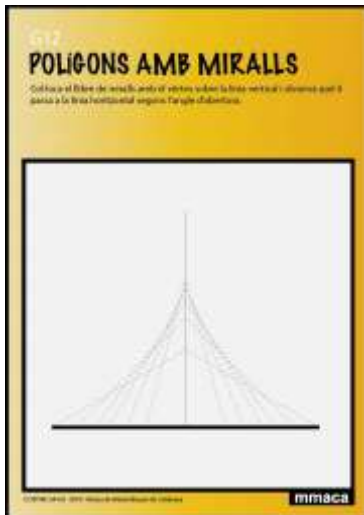
En el aula

Hay muy buenos materiales para trabajar la descomposición de polígonos.

Competencias



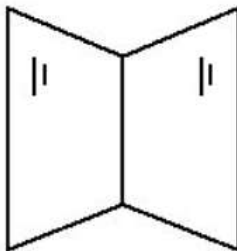
POLÍGONOS CON ESPEJOS



Coloca el libro de espejos con el vértice sobre la línea vertical y observa que le sucede a la línea horizontal según el ángulo de abertura.

Objetivo

Descubrir que, con un segmento y un libro de espejos, se pueden conseguir los diferentes polígonos regulares en función del ángulo de abertura.



En el aula

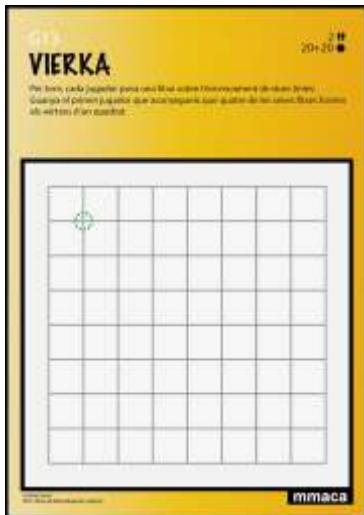
Se pueden trabajar las tablas de multiplicar, poniendo una moneda y mirando cuantas se ven en total, observando el ángulo que hemos utilizado y la figura que veíamos antes (tiene que coincidir con el número de lados).

También se pueden comprobar las fórmulas para calcular las áreas de los diferentes polígonos (destacar el hexágono).

Competencias



VIERKA



20x 
20x 

Por turnos, cada jugador pone una ficha sobre el cruce de dos líneas. Gana el primer jugador que consigue que cuatro de sus fichas formen los vértices de un cuadrado.

Objetivo

Es un buen material para estimular la estrategia y la visión espacial.

En el aula

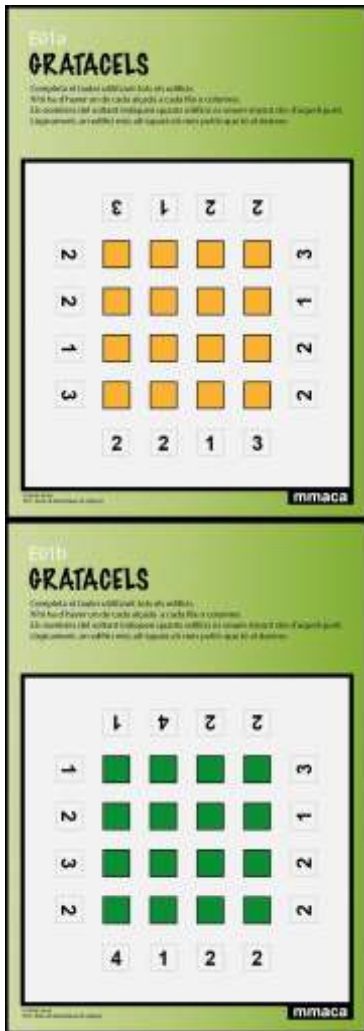
Hay una actividad muy buena de construcción de cuadrados con gomas elásticas y el geoplano.

- [El geoplano ortogonal](#)
- [Actividades con el geoplano](#)
- [El geoplano y la fórmula de Pick](#)
- [El geoplano \(pdf\), \(pptx\)](#)

Competencias



RASCACIELOS



Completa el tablero utilizando todos los edificios.

Tiene que haber un edificio de cada altura en cada fila o columna.

Los números de los bordes indican cuantos edificios se ven mirando desde aquel punto.

Lógicamente un edificio más alto tapará a los más pequeños que tenga detrás.

Objetivo

Estrategia y visión espacial.

En el aula

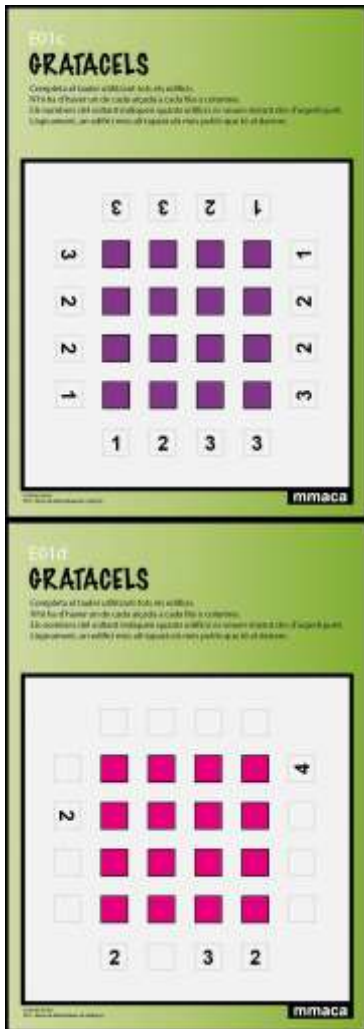
Se utiliza un tablero 4x4 sin números en los bordes. Como en un sudoku, se rellena el tablero con las piezas y no se pueden repetir edificios de la misma altura en ninguna fila o columna.

En las casillas del marco se ponen los números correspondientes al número de rascacielos que se ven desde aquel punto. De esta forma, cada alumno construye un reto y lo pasa a otro compañero que lo tiene que resolver.

Competencias



RASCACIELOS



Completa el tablero utilizando todos los edificios.

Tiene que haber un edificio de cada altura en cada fila o columna.

Los números de alrededor indican cuantos edificios se ven mirando desde aquel punto.

Lógicamente un edificio más alto tapará a los más pequeños que tenga detrás.

Objetivo

Estrategia y visión espacial.

En el aula

Se utiliza un tablero 4x4 sin números en los bordes. Como en un sudoku, se rellena el tablero con las piezas y no se pueden repetir edificios de la misma altura en ninguna fila o columna.

En las casillas del marco se ponen los números correspondientes al número de rascacielos que se ven desde aquel punto. De esta forma, cada alumno construye un reto y lo pasa a otro compañero que lo tiene que resolver.

Competencias



RANAS Y SAPOS



Intercambiar la posición de las ranas y los sapos.

Los movimientos posibles son: avanzar una posición hasta una casilla libre y saltar una ficha hasta una casilla libre. No se puede volver atrás.

¿Cuál es el número mínimo de movimientos necesarios en cada uno de los tres casos?

¿Cuántos movimientos necesitaríamos si tuviésemos 100 ranas y 100 sapos?

Objetivo

Siempre es necesario empezar con un número pequeño de fichas e ir aumentándolas.

En el aula

El objetivo es llegar a expresar la solución mediante un algoritmo.

Anotar cuál es el número mínimo de movimientos necesarios en cada uno de los tres casos (2+2; 3+3; 4+4) y mirar de deducir el caso general.

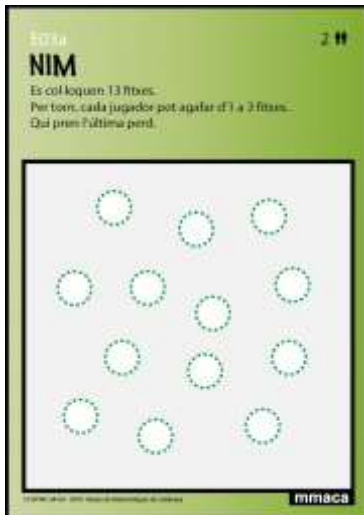
¿Cuántos movimientos necesitaríamos si tuviésemos 100 ranas y 100 sapos?

- [El juego de las ranas y los sapos](#)
- [Instrucciones para hacer una rana con origami](#)

Competencias



NIM



13x 

Se colocan 13 fichas.

Por turnos, cada jugador puede coger 1, 2 o 3 fichas.

El que toma la última ficha pierde.

Objetivo

Intentar de encontrar una estrategia ganadora.

En el aula

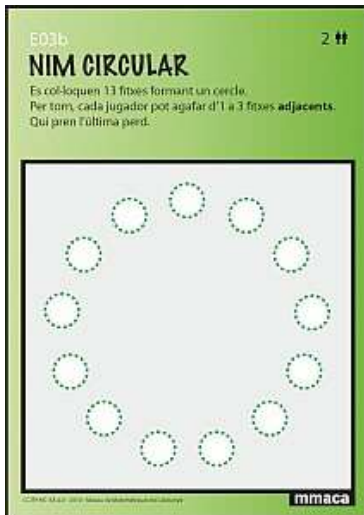
Se puede jugar otras versiones del Nim.

- [Tablero para jugar al Nim](#)
- [El Nim \(pdf\)](#) (pptx)

Competencias



NIM CIRCULAR



13x 

Se colocan 13 fichas.

Por turnos, cada jugador puede coger 1, 2 o 3 fichas **adyacentes**.

Pierde el que toma la última ficha.

Objetivo

Intentar de encontrar una estrategia ganadora.

En el aula

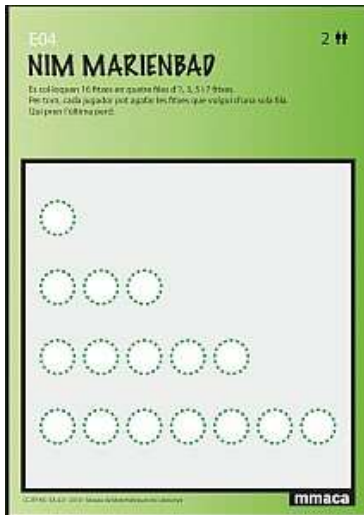
Se puede jugar otras versiones del Nim.

- [Tablero para jugar al Nim circular](#)
- [El Nim \(pdf\)](#) (pptx)

Competencias



NIM MARIENBAD



16x 

Se colocan 16 fichas en cuatro filas de 1, 3, 5 y 7 fichas.

Por turno, cada jugador puede coger las fichas que quiera de una sola fila.

Pierde el que toma la última ficha.

Objetivo

Intentar de encontrar una estrategia ganadora.

En el aula

Se puede jugar otras versiones del Nim.

- [Tablero para jugar al Nim Marienbad](#)
- [El Nim \(pdf\)](#) (pptx)

Competencias



RECLAMA LA CORONA



16x 

Poner la ficha en una casilla de la fila superior.

Por turnos, podéis moverla tantas casillas como deseéis, únicamente en estas direcciones



Gana el que llega a la casilla final.

Objetivo

Colocar la ficha de forma que el otro jugador no tenga una tirada directa al punto de llegada.

En el aula

Se pueden estudiar las diferentes posiciones y ver cuantas posibilidades tiene el otro jugador.

Es posible intentar deshacer el juego, empezando por el final, para estudiar las estrategias ganadoras.

Competencias



OCHO REINAS



8x 

Coloca las 8 reinas sobre el tablero de ajedrez de forma que no se amenacen entre ellas.

Objetivo

Reconocer los espacios de intersección y los espacios libres en función de cada pieza que situamos en el tablero.

En el aula

Utilizar cuadrículas para ir anotando los espacios posibles y no posibles, como en el juego de los barcos, para encontrar los mejores lugares para colocar a las reinas.

Competencias



Del aula al museo... y del museo al aula!

mmaca

Museu
de Matemàtiques
de Catalunya



www.mmaca.cat