

Les maletes de material manipulatiu del MMACA

GUIA D'ACOMPANYAMENT
m4 càlcul, probabilitat i altres

m4

**LES MALETES
DE MATERIAL MANIPULATIU
DEL MMACA**

**MANUAL
DE REFERÈNCIA**

LES MALETES DE MATERIAL MANIPULATIU DEL MMACA

Els mòduls d'aquesta exposició estan adreçats a tot tipus de públic a partir de 9 anys. Les activitats permeten diferents lectures en funció dels coneixements de cadascú i comptant amb la col·laboració d'especialistes (educadors, professorat, famílies, voluntaris...). Estan categoritzades en cinc grans apartats, sovint interrelacionats: Càlcul, Combinatòria, Estadística/Probabilitat, Estratègia i Geometria.

Són activitats que es poden realitzar amb el màxim grau d'autonomia i en un temps reduït.

La proposta té un enfocament didàctic basat en el constructivisme social. Al centre de totes les activitats està l'estudiant, la manera en que viu l'experiència i el procés personal de construcció i desenvolupament dels conceptes. Les dinàmiques relacionals en el grup, la comunicació i els processos de col·laboració són altres objectius primordials.

La consolidació dels continguts bàsics és tan important com l'estímul de la investigació, tant a nivell individual com col·lectiu. La presentació dels temes com a reptes per resoldre reforça tots dos aspectes.

El criteri estricte emprat per a seleccionar els mòduls de l'exposició és que tot el material sigui fàcilment reproducible i susceptible d'adaptar-se per al seu ús a les escoles. Totes les activitats que proposem es poden utilitzar a l'aula, encara que l'alumnat no hagi visitat l'exposició.

Aquesta obra està sota una Llicència Creative Commons
Atribució-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)

Es permet la reproducció, distribució i l'obra derivada sempre que:
Es citi l'autoria original i s'indiqui si s'hi han realitzat modificacions.
No s'utilitzi el material amb finalitats comercials.
L'obra derivada es distribueixi sota els mateixos termes de llicència.



2021 - Museu de Matemàtiques de Catalunya
Palau Mercader - Parc Can Mercader - Cornellà de Llobregat
contacte@mmaca.cat

COMPETÈNCIES BÀSIQUES DE L'ÀMBIT MATEMÀTIC

La competència matemàtica inclou una gran varietat d'habilitats i coneixements. En l'elaboració de la proposta de competències matemàtiques de l'ESO s'ha optat per quatre dimensions que es corresponen amb els processos del currículum: resolució de problemes; raonament i prova; connexions; i comunicació i representació. Aquestes dimensions tenen elements comuns i això es tradueix en relacions entre les competències.

Aquí podeu consultar el document oficial complet: [Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic](#).

Cada mòdul de la maleta està relacionat amb unes competències concretes.

Resolució de problemes

- 1** **Competència 1.** Traduir un problema a llenguatge matemàtic o a una representació matemàtica utilitzant variables, símbols, diagrames i models adequats.
- 2** **Competència 2.** Emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre problemes.
- 3** **Competència 3.** Mantenir una actitud de recerca davant d'un problema assajant estratègies diverses.
- 4** **Competència 4.** Generar preguntes de caire matemàtic i plantejar problemes.

Raonament i prova

- 5** **Competència 5.** Construir, expressar i contrastar argumentacions per justificar i validar les afirmacions que es fan en matemàtiques.
- 6** **Competència 6.** Emprar el raonament matemàtic en entorns no matemàtics.

Connexions

- 7** **Competència 7.** Usar les relacions que hi ha entre les diverses parts de les matemàtiques per analitzar situacions i per raonar.

8

Competència 8. Identificar les matemàtiques en situacions properes i acadèmiques i cercar situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques concretes.

Comunicació i representació

9

Competència 9. Representar un concepte o relació matemàtica de diverses maneres i usar el canvi de representació com a estratègia de treball matemàtic.

10

Competència 10. Expressar idees matemàtiques amb claredat i precisió i comprendre les dels altres.

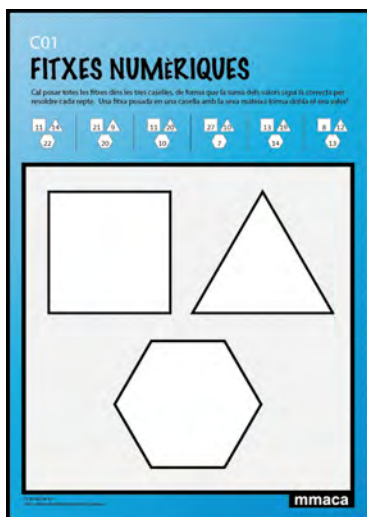
11

Competència 11. Emprar la comunicació i el treball col·laboratiu per compartir i construir coneixement a partir d'idees matemàtiques.

12

Competència 12. Seleccionar i usar tecnologies diverses per gestionar i mostrar informació, i visualitzar i estructurar idees o processos matemàtics.

FITXES NUMÈRIQUES



Cal posar totes les fitxes dins les tres caselles, de forma que la suma dels valors sigui la correcta per resoldre cada repte. Una fitxa posada en una casella amb la seva mateixa forma dobla el seu valor.

Objectiu

Aquests reptes no sempre són immediats, treure una quantitat d'una de les figures no implica que al posar-la a l'altre afegim el mateix valor, pot ser la meitat o el doble.

És un material que permet millorar ràpidament els càlculs i és molt adaptable.

A l'aula

És fàcil montar un taller en el que l'alumnat construeix els seus propis reptes, amb les mateixes peces o canviant els seus valors.

- [El joc de les fitxes \(pdf\)](#) ([pptx](#))

Competències



TRIANGLE MÀGIC



Hexàgons d'1 a 9:

Col·loqueu les peces de manera que cada costat sumi 17.

Podeu fer que cada costat del triangle sumi 19, 20, 21 o 23?

És possible fer que sumin 18 o 22?

Objectiu

L'objectiu és arribar a elaborar una estratègia que ajudi a investigar:

- Quins valors pot assumir cada costat del triangle (mínim, màxim i intermedis)
- Si tots aquestes variants són possibles.
- Si, per cada valor, existeix més d'una solució.

A l'aula

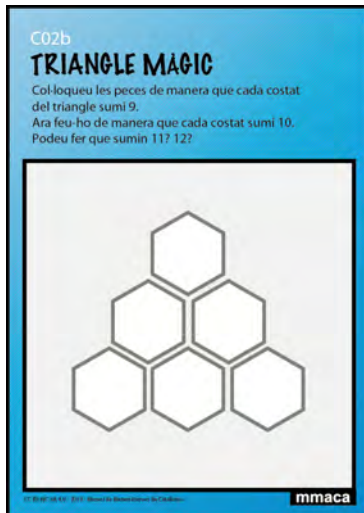
Hi ha activitats interessants i didàcticament potents amb els Quadrat Màgics.

- [Triangles màgics](#)
- [La gran evasió i el triangle de les Bermudes](#)

Competències



TRIANGLE MÀGIC



Col·loqueu les peces de manera que cada costat sumi 9.

Ara feu-ho de manera que cada costat sumi 10

És possible fer que sumin 11 o 12?

Objectiu

L'objectiu és arribar a elaborar una estratègia que ajudi a investigar:

- Quins valors pot assumir cada costat del triangle (mínim, màxim i intermedis)
- Si tots aquestes variants són possibles.
- Si, per cada valor, existeix més d'una solució.

A l'aula

Hi ha activitats interessants i didàcticament potents amb els Quadrat Màgics.

- [Triangles màgics](#)
- [La gran evasió i el triangle de les Bermudes](#)

Competències



DIFERÈNCIES



Col·loca els nombres de l'1 al 6 a les caselles.

La diferència entre els valors de dues peces consecutives ha de ser com a mínim 3.

Objectiu

Treballar conceptes com diferència i resta, veient que en aquest cas parlem de distància entre els dos números.

Distingir entre consecutius, adjacents, al costat, etc.



A l'aula

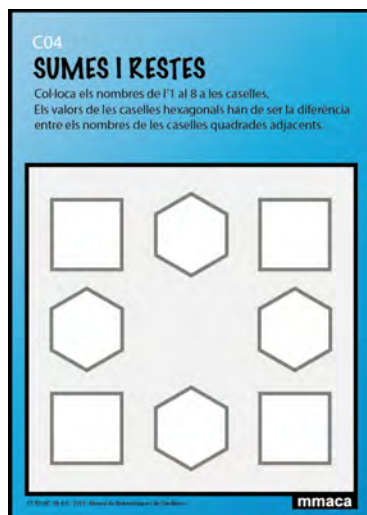
Es poden fer altres models, fent servir números més grans, més petits o, fins i tot, decimals.

- [Bingo matemàtic](#)
- [Set daus](#)
- [Reptes de càlcul](#)
- [Shut the box](#)
- [Nombres i caixes](#)
- [Maleït hexàgon](#)

Competències



SUMES I RESTES



Col·loca els nombres de l'1 al 8 a les caselles.

Els valors de les caselles hexagonals han de ser la diferència entre els nombres de les caselles quadrades adjacents.

Objectiu

Càlcul mental i estratègia

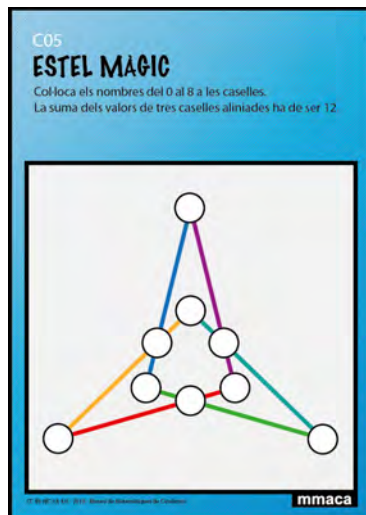
A l'aula

- [Bingo matemàtic](#)
- [Set daus](#)
- [Reptes de càlcul](#)
- [Shut the box](#)
- [Nombres i caixes](#)
- [Maleït hexàgon](#)

Competències



ESTEL MÀGIC



Col·loca els nombres del 0 al 8 a les caselles.

La suma dels valors de tres caselles alineades ha de ser 12.

Objectiu

Càlcul mental i estratègia

A l'aula

- [Bingo matemàtic](#)
- [Set daus](#)
- [Reptes de càlcul](#)
- [Shut the box](#)
- [Nombres i caixes](#)
- [Maleït hexàgon](#)

Competències



MALEÏT HEXÀGON



Forma l'hexàgon amb les 8 peces de manera que les peces amb nombres consecutius no es toquin ni per els vèrtexs ni per els costats.

Objectiu

Un repte geomètric: composar l'hexàgon amb els trapezis. Hi ha persones a qui costa molt fer-ho. Es pot resoldre de dues maneres i les dues permeten acabar el repte.

Un repte d'estratègia: aconseguir que els nombres consecutius no es toquin.

A l'aula

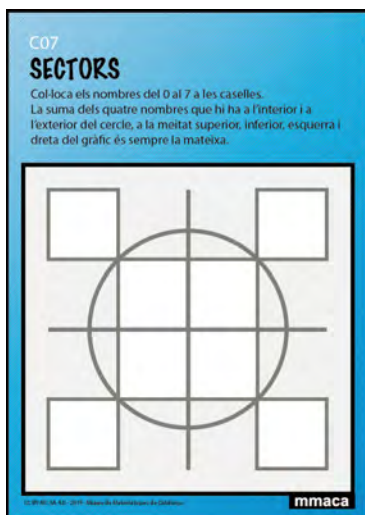
És fàcil trobar molts bons reptes de càlcul a la xarxa.

- [Bingo matemàtic](#)
- [Set daus](#)
- [Reptes de càlcul](#)
- [Shut the box](#)
- [Nombres i caixes](#)
- [Maleït hexàgon](#)

Competències



SECTORS



Col·loca els nombres del 0 al 7 a les caselles.

La suma dels quatre nombres que hi ha a l'interior i a l'exterior del cercle, a la meitat superior, inferior, esquerra i dreta del gràfic és sempre la mateixa.

Objectiu

Estratègia, amb càlculs mentals senzills.

A l'aula

És un material fàcil d'adaptar, canviant els valors de les fitxes, posant, per exemple, alguns valors negatius.

És també interessant explorar si qualsevol grup de 8 nombres permet construir una versió d'aquest repte que tingui solució.

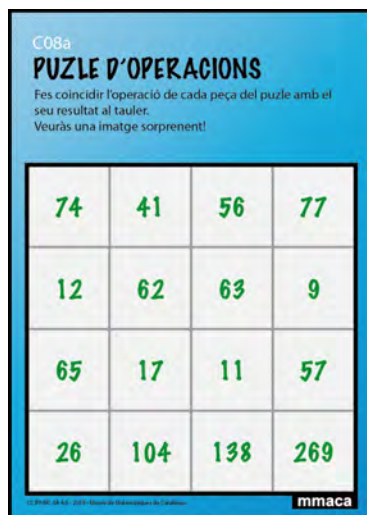
És fàcil trobar molts bons reptes de càlcul a la xarxa.

- [Bingo matemàtic](#)
- [Set daus](#)
- [Reptes de càlcul](#)
- [Shut the box](#)
- [Nombres i caixes](#)
- [Maleït hexàgon](#)

Competències



PUZLE D'OPERACIONS



Feu coincidir l'operació de cada peça del puzle amb el seu resultat al tauler.

Veuràs una imatge sorprenent.

Objectiu

Treballar el càlcul mental a qualsevol nivell, és fàcil fer nous models.

11×7	7×8	$34 \div 7$	$105 - 31$
$72 : 8$	9×7	$35 + 27$	$34 : 7$
$72 - 15$	$132 : 12$	$119 : 7$	$48 + 17$
$304 - 95$	48×8	18×8	$208 : 8$

A l'aula

Es pot demanar als alumnes que dissenyin altres puzles i que després els resolguin altres companys.

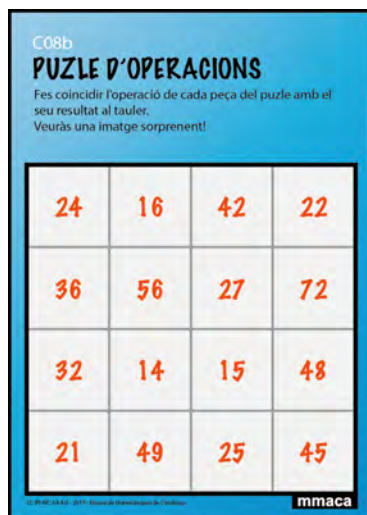
Si es volen posar imatges, han de ser prou complicades perquè no facin el puzle en lloc de fer els càlculs. També cal recordar que la part del darrera de la imatge ha de tenir els números en ordre invers.

- [Puzzles numèrics](#)

Competències



PUZLE D'OPERACIONS



Feu coincidir l'operació de cada peça del puzle amb el seu resultat al tauler (girant la peça).

Veuràs una imatge sorprenent.

Objectiu

Treballar el càlcul mental a qualsevol nivell, és fàcil fer nous models.

11 x 2	7 x 6	4 x 4	4 x 6
8 x 9	9 x 8	7 x 8	6 x 6
6 x 8	8 x 5	2 x 7	4 x 8
5 x 9	5 x 5	7 x 7	8 x 7

A l'aula

Es pot demanar als alumnes que dissenyin altres puzles i que després els resolguin altres companys.

Si es volen posar imatges, han de ser prou complicades perquè no facin el puzle en lloc de fer els càlculs. També cal recordar que la part del darrera de la imatge ha de tenir els números en ordre invers.

- [Puzzles numèrics](#)

Competències



C09

PUZLE DE FACTORITZACIÓ



Col·loca els 36 triangles de manera que els nombres coincideixin amb la seva descomposició en factors.

Objectiu

Treballar la descomposició factorial mental i comprovar la utilitat de les diferents propietats del producte, per tal de fer els càlculs i buscar el número associat.



A l'aula

Es recomana treballar en petits grups. Es poden classificar les peces, buscar tots els múltiples d'un número donat, etc.

Es poden construir altres puzzles amb operacions.

Competències



PUZLE DE FRACCIONS

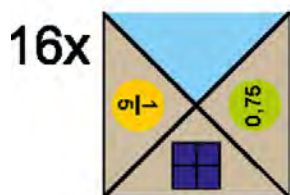


Col·loca els quadrats de manera que es respectin totes les equivalències entre fraccions, nombres decimals, percentatges i gràfics.

No es poden ajuntar valors equivalents amb la mateixa representació.

Objectiu

Treballar les equivalències de fraccions amb diferents representacions gràfiques i numèriques.



A l'aula

És un material fàcil de refer amb valors diferents o amb un altre format: cartes, dòmino...

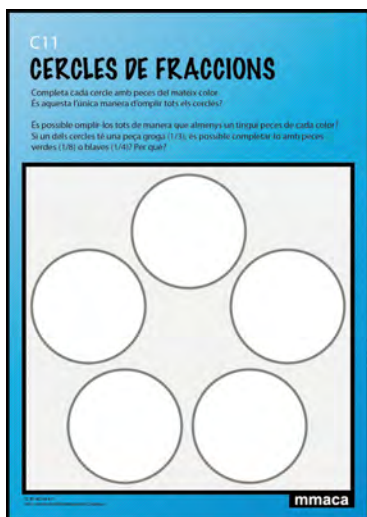
Un material molt interessant són uns reglets iguals, però repartits en un nombre creixent d'unitats.

- [Puzle de fraccions](#)
- [Pistes pel joc "Qui és qui de fraccions"](#)
- [Fraccions al pla cartesià](#)
- [Cercles i regletes de fraccions](#)
- [Fraccions \(pdf\) \(pptx\)](#)
- [Bingo \(pdf\) \(pptx\)](#)

Competències



CERCLES DE FRACCIONS



Completa cada cercle amb peces del mateix color.

És aquesta l'única manera d'omplir tots els cercles?

És possible omplir-los tots de manera que almenys un tingui peces de cada color? Si un dels cercles té una peça groga ($\frac{1}{3}$), és possible completar-ho amb peces verdes ($\frac{1}{8}$) o blaves ($\frac{1}{4}$)? Perquè?

Objectiu

Adonar-se de la necessitat de tenir un denominador proporcional per poder sumar de forma exacta. Això ens porta a la necessitat del denominador comú en la suma de fraccions.

Estudiar també les diferents parts i comparar les fraccions obtingudes, a major denominador “menor tros”.

A l'aula

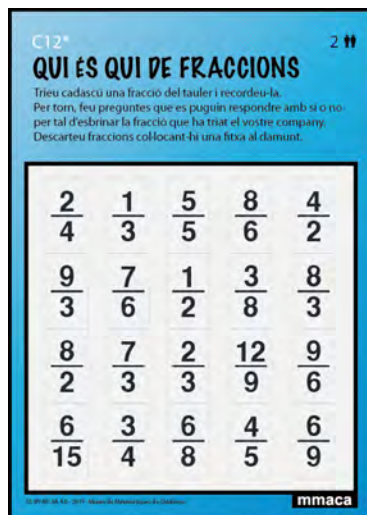
- Cercles i regletes de fraccions
- Puzzle de fraccions
- Pistes pel joc “Qui és qui de fraccions”
- Fraccions al pla cartesià
- [Fraccions \(pdf\)](#) (pptx)
- [Bingo \(pdf\)](#) (pptx)

Competències



C12*, C12**

QUI ÉS QUI DE FRACCIONS



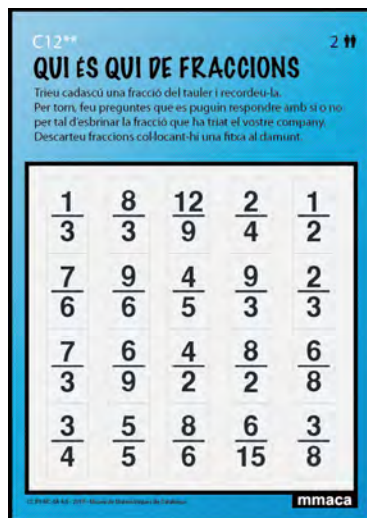
Trieu cadascú una fracció del tauler i recordeu-la.

Per torn, feu preguntes que es puguin respondre amb sí o no per tal d'esbrinar la fracció que ha triat el vostre company.

Descarteu fraccions col·locant una fitxa al damunt.

Objectiu

Treballar el llenguatge correcte de fraccions, evitant a dalt i a baix, etc.



A l'aula

- Pistes pel joc "Qui és qui de fraccions"
- Cercles i regletes de fraccions
- Puzzle de fraccions
- Fraccions al pla cartesià
- [Fraccions \(pdf\)](#) (pptx)
- [Bingo \(pdf\)](#) (pptx)

Competències

40x 



JOC DEL 49



Es llencen 4 daus.

Calculeu tants nombres com pugueu utilitzant tres operacions (+, -, x, :) i poseu una fitxa sobre els resultats trobats. Poseu-vos un límit de temps de 5 minuts.

Joc competitiu:

En 5 minuts, cada jugador intenta ser el primer en cobrir tot el tauler.

25x 
25x 

Objectiu

Practicar operacions combinades amb càlcul mental.

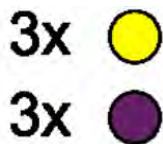
A l'aula

Hi ha molts materials per treballar el càlcul mental: Bingos on diem operacions en lloc de números, puzzles, dòminos, cartes Qui té? etc

Competències



SUMA 15



Cadascú té 3 fitxes.

Per torns, col·loqueu-les caselles buides intentant que sumin 15. Una vegada s'han col·locat les 6 fitxes, cada jugador pot moure, per torn, una de les seves fitxes a una casella buida per tal d'aconseguir que les seves 3 fitxes sumin 15.

Objectiu

És una bona activitat de càlcul mental i entretinguda.

Si es varia la posició dels nou números, es complica una mica el càlcul de la suma 15.

A l'aula

Hi ha molts materials interessants de càlcul, especialment cartes de joc tradicional i/o pensades per fer mates.

Competències



ROCÒDROM



3x

1x

Tria una columna i situa la teva fitxa a la fletxa.

Per torn, es tira el dau.

Si aquest compleix la condició que s'indica a la casella següent, es fa avançar la fitxa corresponent per la columna.

Guanya qui arriba primer a dalt de tot.

Objectiu

Després d'unes quantes partides, esbrinar si hi ha un camí millor, calculant les probabilitats de cada tirada.

A l'aula

Introduir conceptes de probabilitat, o reforçar-los, fent servir un joc com a excusa.

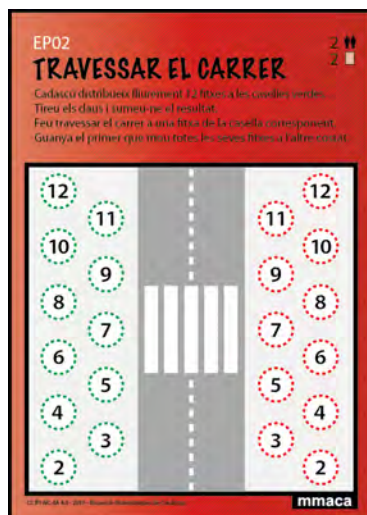
Aprofitar per fer servir notació matemàtica.

- [Bingo probabilistic](#)

Competències



TRAVERSAR EL CARRER



24x 
2x 

Cadascú distribueix lliurement 12 fitxes a les caselles verdes.

Tireu els daus i sumeu-ne el resultat.

Feu travessar el carrer a una fitxa de la casella corresponent.

Guanya el primer que mou totes les seves fitxes a l'altre costat.

Objectiu

Trobar una estratègia guanyadora: quins números tenen més probabilitat de sortir al sumar la tirada de dos daus.

A l'aula

Amb una taula de doble entrada és fàcil veure que no tots els valors tenen la mateixa probabilitat d'aparèixer sumant els valors dels 2 daus.

Hi ha activitats interessants per introduir la probabilitat: curses de cavalls, bingo probabilístic...

- [Bingo probabilistic](#)

Competències

1 2 4 5 8 10 11

DESCARREGA EL CAMIÓN



24x 
2x 

Cadascú distribueix lliurement 12 fitxes, repartides com vulgui, sobre les caixes numerades del seu camió.

Tireu els daus i resteu-ne el resultat. Cadascú retira una fitxa de la caixa corresponent.

Guanya el primer que descarrega el seu camió.

Objectiu

Trobar una estratègia guanyadora: quins números tenen més probabilitat de sortir al restar la tirada de dos daus.

A l'aula

Amb una taula de doble entrada és fàcil veure que no tots els valors tenen la mateixa probabilitat d'aparèixer restant els valors dels 2 daus.

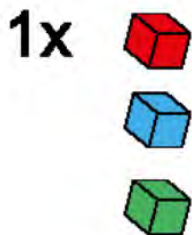
Hi ha activitats interessants per introduir la probabilitat: curses de cavalls, bingo probabilístic...

- [Bingo probabilistic](#)

Competències

1 2 4 5 8 10 11

DAUS NO TRANSITIVUS



Cada participant tria un dau.

Després de deu tirades, qui ha guanyat?

És possible que qui ha perdut triï un altre dau amb més probabilitats de guanyar?

Objectiu

Adonar-se que, encara que un dau guanyi al segon i aquest al tercer, no sempre el primer ha de guanyar al tercer.

A l'aula

Serveix per introduir la no transitivitat, que ells ja fan servir en el joc de pedra paper i tisora.

Es poden observar els diferents comportaments de cada parella de daus, recollint la informació en taules de doble entrada.

- [Bingo probabilistic](#)

Competències



SEMIDESINTEGRACIÓ



32x



Llança totes les fitxes i col·loca els àtoms que s'han desintegrat a la primera columna. Llança la resta de fitxes i col·loca les desintegrades a la segona columna. Quants períodes creus que et caldran per desintegrar tots aquests àtoms? Comprova la teva hipòtesi.

Objectiu

Observar el comportament d'un experiment, fàcil de fer, i arribar a generalitzar els resultats, després de diferents intents.

També es pot fer amb monedes.

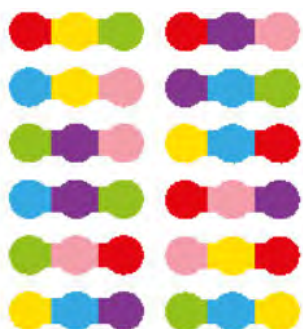
A l'aula

- [Bingo probabilistic](#)

Competències



PARQUET DE COLORS



Recompon el quadrat fent que els colors de les peces coincideixin amb els de la base.

Objectiu

Distribuir les peces, sense superposar-les, per aconseguir el mateix mosaic de colors.

A l'aula

Es treballa clarament la distribució sobre el pla i la combinatoria (diferents maneres de triar tres colors entre sis i ordenar-los entre ells), això permet que ells en construeixin de nous i triïn les peces.

Es pot fer un joc amb els nens: s'agafen de dos en dos i es situen tres boles de colors en la mateixa posició que el "pal" que han agafat (una a cada mà).

Es dibuixa la graella a terra i se'ls proposa que es distribueixin correctament a sobre, per emplenar-la.

- [Parquet de colors](#)

Competències



QUADRAT GRECOLLATÍ

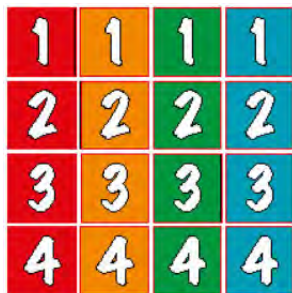


Col·loca les peces a la quadrícula sense repetir números ni colors en cap fila o columna.

Si ha estat massa senzill, prova-ho fent que tampoc es repeteixin a les diagonals

Objectiu

És un bon material per estimular estratègia i visió espacial.



A l'aula

Es poden provar quadrats grecolatins més petits (3x3) o més grans, descobrint estratègies diferents i algunes curiositats.

- [Quadrats grecolatins](#)

Competències



EMPLENA EL MARC



Omple el tauler amb les fitxes del dòmino. No cal que respectis l'alternança de color.

Ara prova-ho respectant els colors alterns.

Objectiu

Distribuir peces de 2 x 1 sobre un taulell escapçat. Comprovar quines possibilitats hi ha d'emplenar-lo i quines no ho permeten.

32x



A l'aula

Treballar conceptes de paritat, superfície, recobriment, etc.

Competències



9 QUADRATS



Omple el amb marc les peces quadrades.

Els colors adjacents han de coincidir.

Objectiu

Distribuir les peces per tal que coincideixin els colors dels costats.

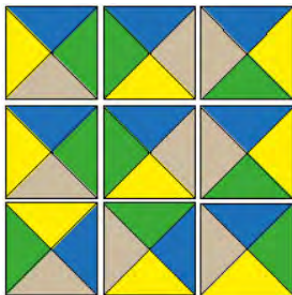
Descobrir algunes característiques que ho permeten i quines no.

A l'aula

Treballar la part de construcció de totes (6) les possibles peces quadrades formades per quatre triangles de quatre colors diferents.

Veure quines peces s'han afegit en aquest cas i si hi ha altres combinacions que ho farien possible.

Treballar amb les sis peces diferents i veure que es poden distribuir en forma de creu (i altres) permeten obtenir un desplegament del cub, tal que els colors de les cares coincideixen.



Competències



De l'aula al museu... i del museu a l'aula!

mmaca

Museu
de Matemàtiques
de Catalunya



www.mmaca.cat