

Les maletes de material manipulatiu del MMACA

GUIA D'ACOMPANYAMENT
m4 geometria i estratègia

m4

**LES MALETES
DE MATERIAL MANIPULATIU
DEL MMACA**

**MANUAL
DE REFERÈNCIA**

LES MALETES DE MATERIAL MANIPULATIU DEL MMACA

Els mòduls d'aquesta exposició estan adreçats a tot tipus de públic a partir de 9 anys. Les activitats permeten diferents lectures en funció dels coneixements de cadascú i comptant amb la col·laboració d'especialistes (educadors, professorat, famílies, voluntaris...). Estan categoritzades en cinc grans apartats, sovint interrelacionats: Càlcul, Combinatòria, Estadística/Probabilitat, Estratègia i Geometria.

Són activitats que es poden realitzar amb el màxim grau d'autonomia i en un temps reduït.

La proposta té un enfocament didàctic basat en el constructivisme social. Al centre de totes les activitats està l'estudiant, la manera en que viu l'experiència i el procés personal de construcció i desenvolupament dels conceptes. Les dinàmiques relacionals en el grup, la comunicació i els processos de col·laboració són altres objectius primordials.

La consolidació dels continguts bàsics és tan important com l'estímul de la investigació, tant a nivell individual com col·lectiu. La presentació dels temes com a reptes per resoldre reforça tots dos aspectes.

El criteri estricte emprat per a seleccionar els mòduls de l'exposició és que tot el material sigui fàcilment reproducible i susceptible d'adaptar-se per al seu ús a les escoles. Totes les activitats que proposem es poden utilitzar a l'aula, encara que l'alumnat no hagi visitat l'exposició.

Aquesta obra està sota una Llicència Creative Commons
Atribució-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)

Es permet la reproducció, distribució i l'obra derivada sempre que:
Es citi l'autoria original i s'indiqui si s'hi han realitzat modificacions.
No s'utilitzi el material amb finalitats comercials.
L'obra derivada es distribueixi sota els mateixos termes de llicència.



2021 - Museu de Matemàtiques de Catalunya
Palau Mercader - Parc Can Mercader - Cornellà de Llobregat
contacte@mmaca.cat

COMPETÈNCIES BÀSIQUES DE L'ÀMBIT MATEMÀTIC

La competència matemàtica inclou una gran varietat d'habilitats i coneixements. En l'elaboració de la proposta de competències matemàtiques de l'ESO s'ha optat per quatre dimensions que es corresponen amb els processos del currículum: resolució de problemes; raonament i prova; connexions; i comunicació i representació. Aquestes dimensions tenen elements comuns i això es tradueix en relacions entre les competències.

Aquí podeu consultar el document oficial complet: [Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic](#).

Cada mòdul de la maleta està relacionat amb unes competències concretes.

Resolució de problemes

- 1** **Competència 1.** Traduir un problema a llenguatge matemàtic o a una representació matemàtica utilitzant variables, símbols, diagrames i models adequats.
- 2** **Competència 2.** Emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre problemes.
- 3** **Competència 3.** Mantenir una actitud de recerca davant d'un problema assajant estratègies diverses.
- 4** **Competència 4.** Generar preguntes de caire matemàtic i plantejar problemes.

Raonament i prova

- 5** **Competència 5.** Construir, expressar i contrastar argumentacions per justificar i validar les afirmacions que es fan en matemàtiques.
- 6** **Competència 6.** Emprar el raonament matemàtic en entorns no matemàtics.

Connexions

- 7** **Competència 7.** Usar les relacions que hi ha entre les diverses parts de les matemàtiques per analitzar situacions i per raonar.

8

Competència 8. Identificar les matemàtiques en situacions properes i acadèmiques i cercar situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques concretes.

Comunicació i representació

9

Competència 9. Representar un concepte o relació matemàtica de diverses maneres i usar el canvi de representació com a estratègia de treball matemàtic.

10

Competència 10. Expressar idees matemàtiques amb claredat i precisió i comprendre les dels altres.

11

Competència 11. Emprar la comunicació i el treball col·laboratiu per compartir i construir coneixement a partir d'idees matemàtiques.

12

Competència 12. Seleccionar i usar tecnologies diverses per gestionar i mostrar informació, i visualitzar i estructurar idees o processos matemàtics.

PARADOXES DEL TANGRAM



Utilitzant les 7 peces del tangram, pots construir aquest gerro... i el del costat. Com t'ho expliques?

Objectiu

Es tracta de fer servir les mateixes peces per a construir les diferents figures del tauler.

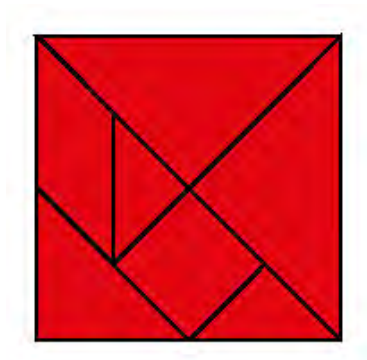
Permet treballar comparació de peces, veure si tenen la mateixa forma, mida dels costats, simetries, etc.

El més important seria destacar que les peces del tauler tenen la mateixa superfície o àrea, a l'estar fetes amb les mateixes peces.

A l'aula

Hi ha molts materials que es poden fer servir per construir polígons i estudiar les variacions d'àrea i perímetre; ex: geoplà, mecano, tangram i altres disseccions.

- [Aritmètica amb el tangram](#)
- [Figures amb el tangram](#)
- [Polígons equivalents](#)
- [Duplicar l'àrea del quadrat amb el tangram](#)
- [Els polígons convexos construïbles amb el tangram](#)
- [Permutacions amb el tangram](#)
- [Parc juràssic amb el tangram](#)
- [Quadrats i rectangles amb el tangram](#)
- [Altres activitats amb el tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [Construcció del tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [El mini tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)



Competències



DOBLAR QUADRATS



Completa els quadrats de petit a gran.

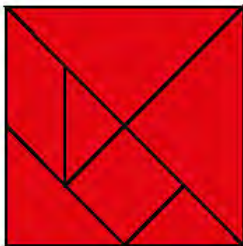
Com varien les àrees dels quadrats?

Com varien els perímetres?

Objectiu

Comprovar els creixements de perímetre i àrea variant el costat

2x



A l'aula

- [Duplicar l'àrea del quadrat amb el tangram](#)
- [Figures amb el tangram](#)
- [Polígons equivalents](#)
- [Quadrats i rectangles amb el tangram](#)
- [Els polígons convexos construïbles amb el tangram](#)
- [Altres activitats amb el tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [Construcció del tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [El mini tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)

Competències



POLÍGONS AMB EL TANGRAM



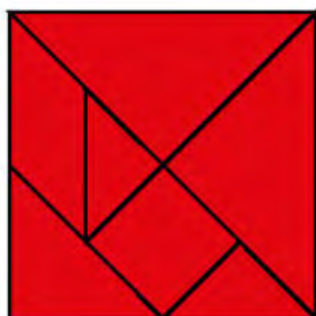
Construeix aquests polígons convexos utilitzant cada cop les 7 peces del tangram, sense sobreposar-les ni encavalcar-les

Objectiu

Es tracta d'utilitzar les 7 peces del tangram per construir els diferents polígons i veure com varia el perímetre i l'àrea en les diferents disposicions.

Permet treballar comparació de peces, veure si tenen la mateixa forma, mida dels costats, simetries, etc.

El més important seria destacar que les peces del tauler tenen la mateixa superfície o àrea, a l'estar fetes amb les mateixes peces, però diferent perímetre.



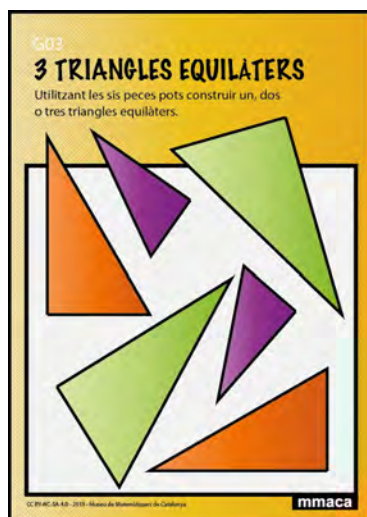
A l'aula

- [Duplicar l'àrea del quadrat amb el tangram](#)
- [Figures amb el tangram](#)
- [Polígons equivalents](#)
- [Quadrats i rectangles amb el tangram](#)
- [Els polígons convexos construïbles amb el tangram](#)
- [Altres activitats amb el tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [Construcció del tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)
- [El mini tangram \(pdf\), \(pptx\)](#)

Competències



3 TRIANGLES EQUILÀTERS



Utilitzant les sis peces pots construir un, dos o tres triangles equilàters.

Objectiu

Aquest material permet veure les diferents propietats de diferents tipus de triangles, així com les dimensions dels costats i dels angles.

A més, permet treballar la relació costat, perímetre-àrea i la relació entre triangles i rectangles.

A l'aula

2x



Considerem que el costat del triangle groc és 3 unitats.

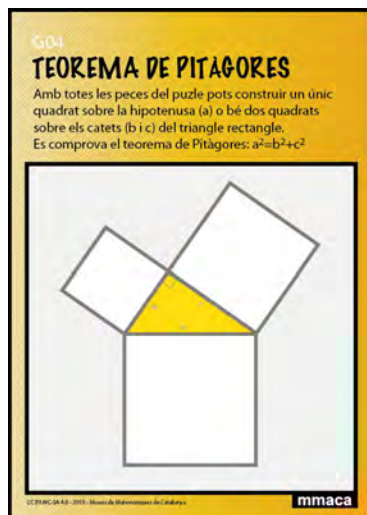
Construïm ara els triangles de costat 2 (morat), 4 (amb 4 peces) i 6 (les sis peces) unitats. Quant val el costat del triangle verd?

- [Tres triangles equilàters](#)
- [Polígons equivalents amb triangles rectangles](#)

Competències



TEOREMA DE PITÀGORES



Amb totes les peces del puzzle pots construir un únic quadrat sobre la hipotenusa (a) o bé dos quadrats sobre els catets (b i c) del triangle rectangle.

Es comprova el teorema de Pitàgores: $a^2 = b^2 + c^2$

Objectiu

Fer evident l'origen geomètric del Teorema

A l'aula

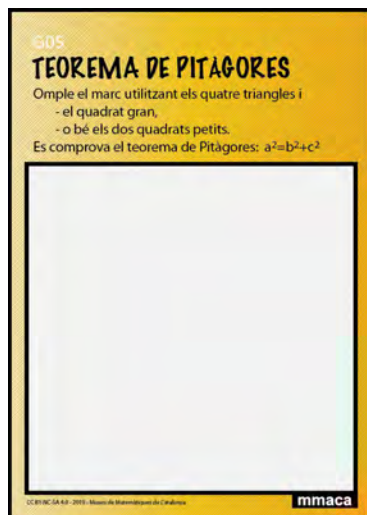
- [Puzles de demostracions del teorema de Pitàgores](#)



Competències



TEOREMA DE PITÀGORES



Omple el marc utilitzant els quatre triangles i

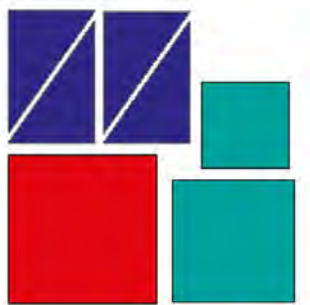
-el quadrat gran,

-o bé els dos quadrats petits.

Es comprova el teorema de Pitàgores: $a^2=b^2+c^2$

Objectiu

Fer evident l'origen geomètric del Teorema



A l'aula

- [Puzles de demostracions del teorema de Pitàgores](#)

Competències



FINESTRA PITAGÒRICA



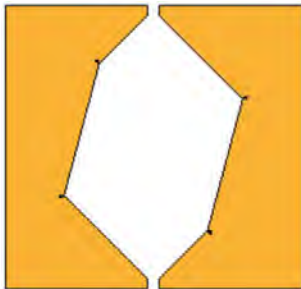
Es comprova el teorema de Pitàgores: $a^2=b^2+c^2$

Objectiu

Fer evident l'origen geomètric del Teorema

A l'aula

Pot ser interessant investigar l'origen d'aquesta demostració, que es pot atribuir a Leonardo da Vinci

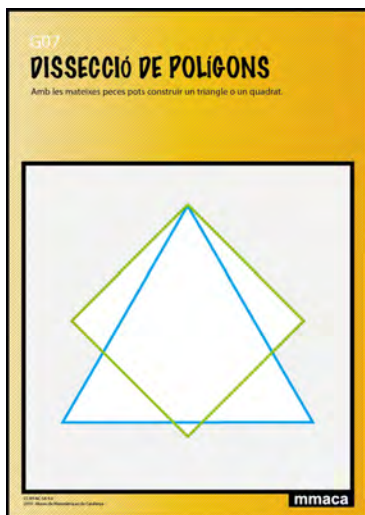


- [Puzles de demostracions del teorema de Pitàgores](#)

Competències



DISSECCIÓ DE POLÍGONS



Amb les mateixes peces pots construir un triangle o un quadrat.

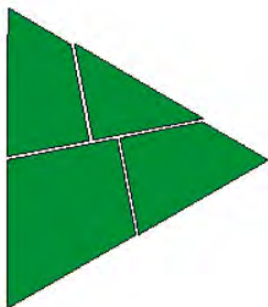
Objectiu

Aquest material, permet contemplar i evaluar que amb l'ús de les mateixes peces podem formar diverses formes, així com observar que varia el perímetre però no l'àrea.

A l'aula

És senzill trobar més disseccions de polígons.

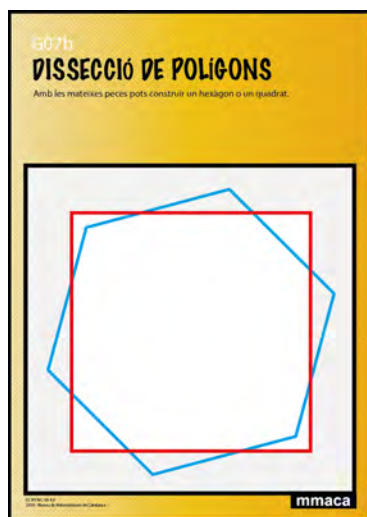
- [Construcció de Triangles](#)
- [Disseccions de polígons](#)
- [Descomposició de figures](#)
- [Construcció de polígons](#)
- [Dividir figures pdf \(pptx\)](#)



Competències



DISSECCIÓ DE POLÍGONS



Amb les mateixes peces pots construir un hexàgon o un quadrat.

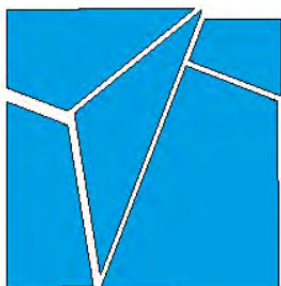
Objectiu

Aquest material, permet contemplar i evaluar que amb l'ús de les mateixes peces podem formar diverses formes, així com observar que varia el perímetre però no l'àrea.

A l'aula

És senzill trobar més disseccions de polígons.

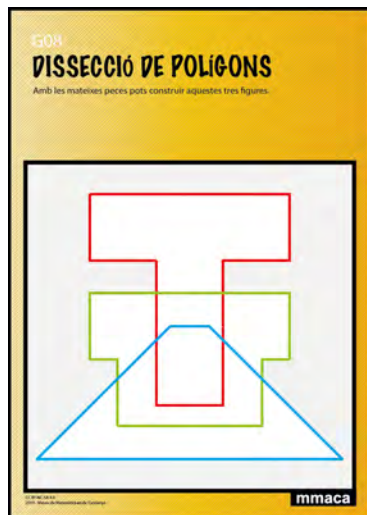
- [Construcció de Triangles](#)
- [Disseccions de polígons](#)
- [Descomposició de figures](#)
- [Construcció de polígons](#)
- [Dividir figures pdf \(pptx\)](#)



Competències



DISSECCIÓ DE POLÍGONS



Amb les mateixes peces pots construir les tres figures.

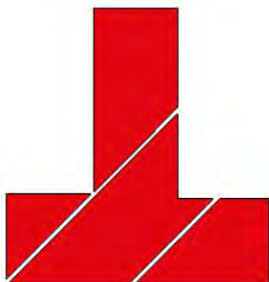
Objectiu

Aquest material, permet contemplar i evaluar que amb l'ús de les mateixes peces podem formar diverses formes, així com observar que varia el perímetre però no l'àrea.

A l'aula

És senzill trobar més disseccions de polígons.

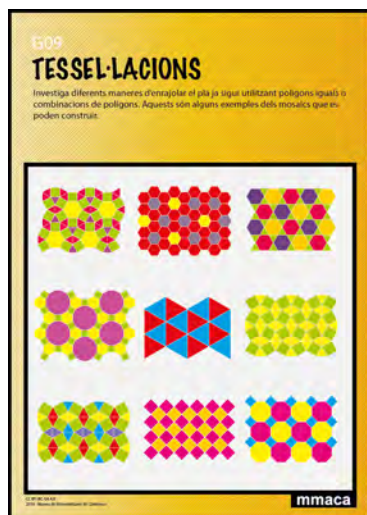
- [Construcció de Triangles](#)
- [Disseccions de polígons](#)
- [Descomposició de figures](#)
- [Construcció de polígons](#)
- [Dividir figures pdf \(pptx\)](#)



Competències



TESSEL·LACIONS



Investiga diferents maneres d'enrajolar el pla ja sigui utilitzant polígons iguals o combinacions de polígons. Aquests són alguns exemples dels mosaics que es poden construir.

Objectiu

Observar peces amb una mateixa mida de costat i veure amb quines podem emplenar el pla.

A l'aula

Es poden calcular la suma d'angles i comprovar que quan, en un mateix vèrtex, sumen 360° , podem enrajolar.

També es poden treballar altres tipus de tessell·lacions, construint noves peces, a partir dels polígons regulars, que encaixin emplenant el pla (Alhambra, etc.).

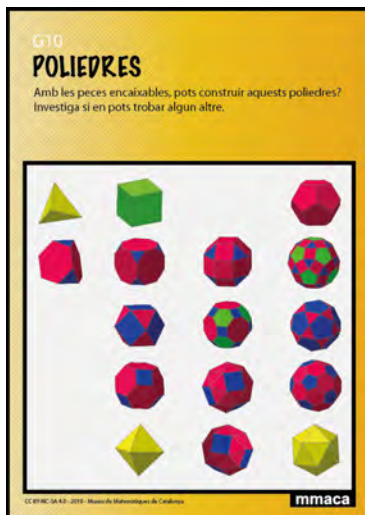


- [Del monomino als hexaminos](#)
- [Els pentominos](#)
- [Mosaics amb els rombes de Penrose](#)
- [Mosaics Penrose \(pdf\)](#), [\(pptx\)](#)

Competències



POLIEDRES



Amb les peces encaixables, pots construir aquests poliedres?

Investiga si en pots trobar algun altre.

Objectiu

Treball amb les característiques de poliedres regulars, arquimedians, irregulars.

Desenvolupament de la visió espacial.

A l'aula

Hi ha molt bons material per construir poliedres, més o menys cars i amb més o menys potencialitats: Lokon, Polydron, Orbit.

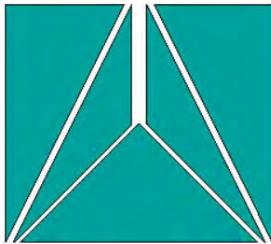
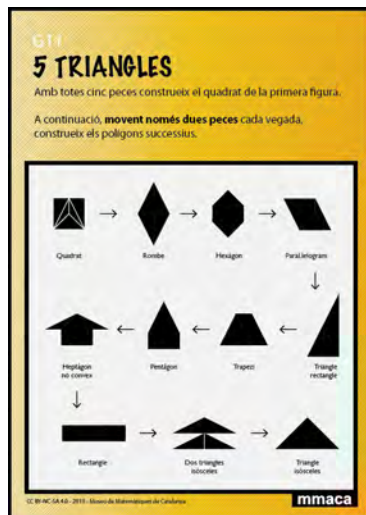


- [Col·lecció de poliedres, tetrabricks](#)
- [Del pla a l'espai. Poliedres](#)
- [Prismes amb el multilink](#)
- [Multilinks \(pdf\)](#), [\(pptx\)](#)
- [Els cilindres de Galileo \(pdf\)](#), [\(pptx\)](#)

Competències



5 TRIANGLES



Amb totes cinc peces construeix el quadrat de la primera figura.

A continuació, **movent només dues peces** cada vegada, construeix els polígons successius

Objectiu

És un bon material per estimular estratègia i visió espacial.

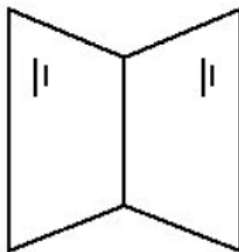
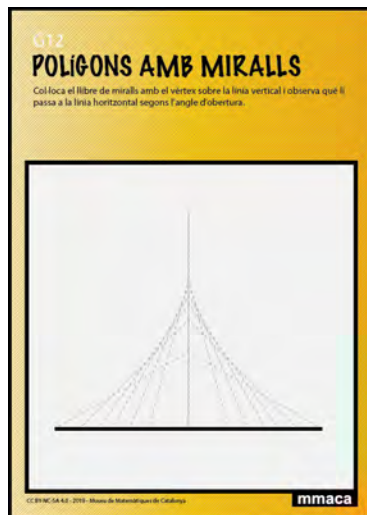
A l'aula

Hi ha molt bons materials per treballar la descomposició de polígons.

Competències



POLÍGONS AMB MIRALLS



Col·loca el llibre de miralls amb el vèrtex sobre la línia vertical i observa què li passa a la línia horitzontal segons l'angle d'obertura.

Objectiu

Descobrir que amb un segment i un llibre de miralls, es poden aconseguir els diferents polígons regulars en funció de l'angle d'obertura.

A l'aula

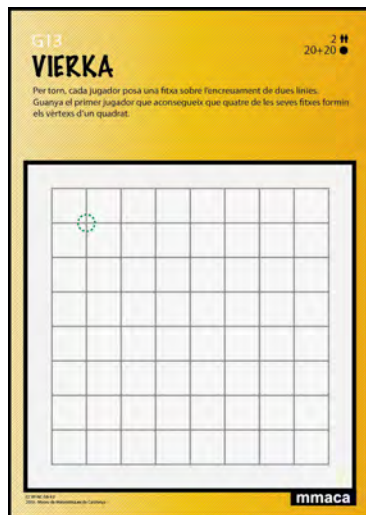
Es poden treballar les taules de multiplicar, posant una moneda i mirant quantes es veuen en total, observant quin angle hem fet servir i quina figura veiem abans (ha de coincidir amb el número de costats).

També es poden comprovar les fórmules per calcular les àrees dels diferents polígons (destacar el hexagon).

Competències



VIERKA



20x 
 20x 

Per torn, cada jugador posa una fitxa sobre l'encreuament de dues línies. Guanya el primer jugador que aconsegueix que quatre de les seves fitxes formin els vèrtexs d'un quadrat.

Objectiu

És un bon material per estimular estratègia i visió espacial.

A l'aula

Hi ha una molt bona activitat de construcció de quadrats amb gomes elàstiques i el geoplà.

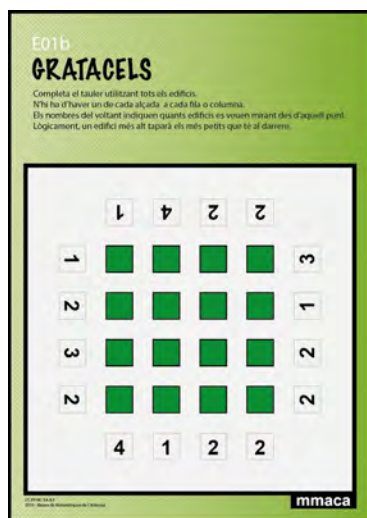
- [El geoplà ortogonal](#)
- [Activitats amb el geoplà](#)
- [El geoplà i la fórmula de Pick](#)
- [El geoplà \(pdf\)](#), [\(pptx\)](#)

Competències

1 2 3 4 5 7 8 10 11

E01a, E01b

GRATACELS



Completa el tauler utilitzant tots els edificis.

N'hi ha d'haver un de cada alçada a cada fila o columna.

Els nombres del voltant indiquen quants edificis es veuen mirant des d'aquell punt.

Lògicament un edifici més alt taparà els més petits que té al darrere.

Objectiu

Estratègia i visió espacial.

A l'aula

S'utilitza un tauler 4x4 sense nombres a les vores. Com en un Sudoku, s'omple el tauler amb les peces i no es poden repetir edificis de la mateixa alçada en cap fila ni columna.

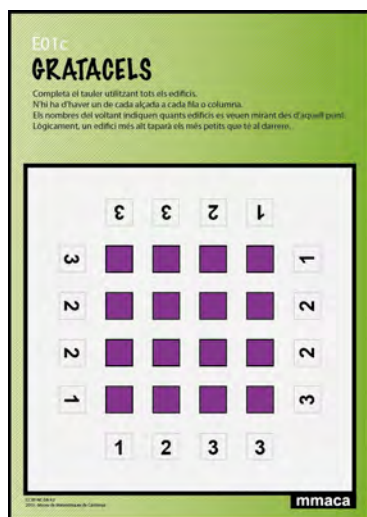
En les caselles del marc es posen els nombres corresponents a quants gratacels es veuen des d'aquell punt. D'aquesta manera, cada alumne construeix un repte i ho passa a un altre company que l'ha de resoldre.

Competències



E01c, E01d

GRATACELS

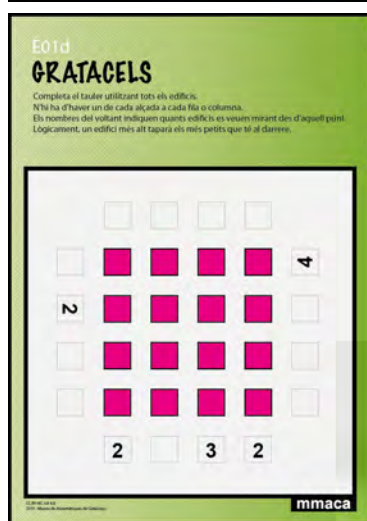


Completa el tauler utilitzant tots els edificis.

N'hi ha d'haver un de cada alçada a cada fila o columna.

Els nombres del voltant indiquen quants edificis es veuen mirant des d'aquell punt.

Lògicament un edifici més alt taparà els més petits que té al darrera.



Objectiu

Estratègia i visió espacial.

A l'aula

S'utilitza un tauler 4x4 sense nombres a les vores. Com en un Sudoku, s'omple el tauler amb les peces i no es poden repetir edificis de la mateixa alçada en cap fila ni columna.

En les caselles del marc es posen els nombres corresponents a quants gratacels es veuen des d'aquell punt. D'aquesta manera, cada alumne construeix un repte i ho passa a un altre company que l'ha de resoldre.



Competències



GRANOTES I GRIPAUS



Intercanvia la posició de les granotes i els gripaus.

Els moviments possibles són: avançar una posició fins a una casella lliure i saltar una fitxa fins a una casella lliure. No es pot tornar enrere.

Quin és el nombre mínim de moviments necessaris en cadascun dels tres casos?

Quants moviments necessitaríem si hi hagués 100 granotes i 100 gripaus?

Objectiu

Sempre convé començar amb un nombre petit de fitxes i anar creixent

A l'aula

L'objectiu és arribar a expressar la solució a través d'un algoritme.

Anotar quin és el nombre mínim de moviments necessaris en cadascun dels tres casos (2+2; 3+3; 4+4) i mirar de deduir el cas general.

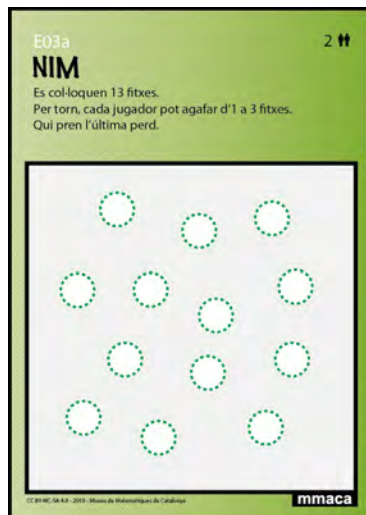
Quants moviments necessitaríem si hi hagués 100 granotes i 100 gripaus?

- [El joc de les granotes i els gripaus](#)
- [Instruccions per fer una granota amb origami](#)

Competències



NIM



13x 

Es col·loquen 13 fitxes.

Per torn, cada jugador pot agafar d'1 a 3 fitxes.

Qui pren l'última perd.

Objectiu

Mirar de trobar una estratègia guanyadora.

A l'aula

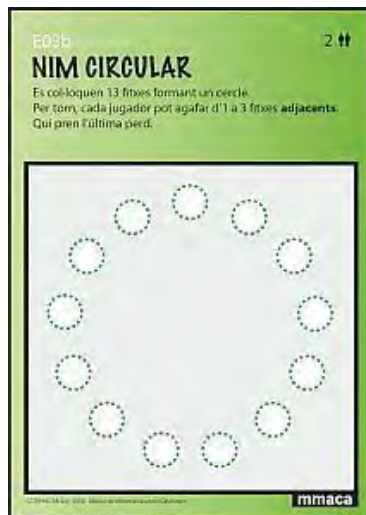
Es pot jugar a altres versions del Nim.

- [Tauler per jugar al Nim](#)
- [El Nim \(pdf\)](#) (pptx)

Competències



NIM CIRCULAR



13x 

Es col·loquen 13 fitxes.

Per torn, cada jugador pot agafar d'1 a 3 fitxes **adjacents**.

Qui pren l'última perd.

Objectiu

Mirar de trobar una estratègia guanyadora.

A l'aula

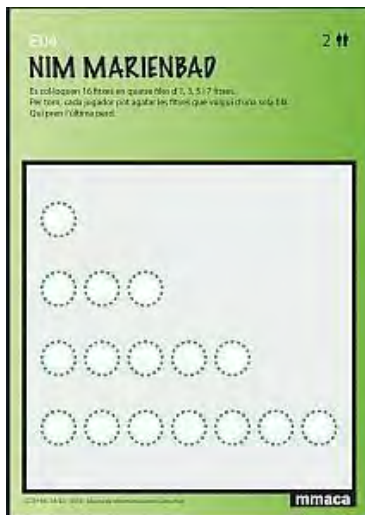
Es pot jugar a altres versions del Nim.

- [Tauler per jugar al Nim circular](#)
- [El Nim \(pdf\)](#) (pptx)

Competències



NIM MARIENBAD



16x 

Es col·loquen 16 fitxes en quatre files d'1, 3, 5 i 7 fitxes.

Per torn, cada jugador pot agafar les fitxes que vulgui d'una sola fila.

Qui pren l'última perd.

Objectiu

Mirar de trobar una estratègia guanyadora.

A l'aula

Es pot jugar a altres versions del Nim.

- [Tauler per jugar al Nim Marienbad](#)
- [El Nim \(pdf\)](#) (pptx)

Competències



E05

RECLAMA LA CORONA



Poseu la fitxa en una casella de la fila superior.

Per torn, podeu moure-la tantes caselles com vulgueu, únicament en aquestes direccions:



Guanya qui arriba a la casella final.

Objectiu

Posar la peça de manera que l'altre jugador no tingui una tirada directa al punt d'arribada.

A l'aula

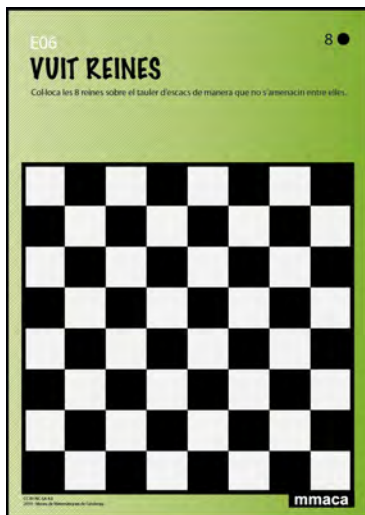
Es poden estudiar les diferents posicions i veure quantes possibilitats té l'altre jugador.

Es pot intentar desfer el joc, començant pel final, per estudiar les estratègies guanyadores.

Competències



VUIT REINES



8x 

Col·loca les 8 reines sobre el tauler d'escacs de manera que no s'amenacin entre elles.

Objectiu

Reconèixer els espais intersecció i espais lliures en funció de cada peça que situem al tauler.

A l'aula

Emprar graelles per anar anotant els espais possibles i no possible, com al joc dels vaixells, per trobar els millors llocs per situar les reines.

Competències



De l'aula al museu... i del museu a l'aula!

mmaca

Museu
de Matemàtiques
de Catalunya



www.mmaca.cat