

mAD

**L'EXPOSICIÓ PORTÀTIL DEL MMACA
PER A PERSONES ADULTES**

**MANUAL
DE REFERÈNCIA**

L'EXPOSICIÓ PORTÀTIL DEL MMACA PER A PERSONES ADULTES

La majoria dels mòduls que formen aquesta Maleta Didàctica han estat elaborats en l'àmbit del projecte europeu Erasmus+ *Numeric [All]*.

Durant el pilotatge i gràcies als suggeriments proposats per professors i usuaris, algunes activitats s'han actualitzat, modificat o substituït per d'altres que semblaven més efectives. Tanmateix, hem conservat el format original, ja que s'han mantingut els objectius i les característiques metodològiques desenvolupades col·lectivament en el projecte.

Els adults, sobretot si tenen poca formació escolar, poques vegades van sols als museus, encara menys als científics, per no parlar dels dedicats a la divulgació de les matemàtiques. A banda de visites recurrents d'alguns centres propers, la presència del públic adult es concentra principalment en el context de les visites familiars, com si només els nens poguessin entendre les ciències.

D'altra banda, l'educació permanent és avui un fet consolidat i el model de propostes no formals és especialment indicat per a uns usuaris que requereixen un context concret i un enfocament menys rígid que el que ofereixen els currículums escolars.

Els materials d'aquesta Maleta Educativa, que serveixen per muntar una exposició en centres de formació per a adults en petit format i de muntatge ràpid, compensarien en part l'oblit que mostren els museus, sense pretendre substituir l'emoció que generen les grans exposicions, però amb l'aspiració de completar una oferta i iniciar una relació més àgil, un diàleg més profitós.

A més, pel que fa a les matemàtiques en concret, cal canviar la percepció generalitzada de tema àrid, abstracte i difícil, a l'abast d'uns pocs electes i allunyat de la vida quotidiana.

Al mateix temps, és fonamental oferir als assistents als cursos per a adults, de tots els tipus i nivells, una oferta pedagògica que no es limiti a la recuperació dels mínims instrumentals de càlcul i geometria, sinó que abordi els eixos competencials rellevants de l'assignatura: resolució de problemes, raonament i prova, connexions.

Presentar els reptes dins d'una exposició, on les persones escullen les activitats que volen desenvolupar, estimula un altre dels eixos competencials fonamentals: la comunicació. La conversa amb els altres usuaris i els educadors determina, a través de la interacció social, la construcció personal dels conceptes, en el procés circular del *hands-on* (manipulació), *heart-on* (emoció), *mind-on* (reflexió) i *talk-on* (conversa).

Tots aquests són elements que estan presents a la Guia Didàctica que acompanya la maleta, així com indicacions per a una millor gestió de l'ús dels mòduls, possibles vincles amb les activitats de l'aula, per optimitzar l'impacte i construir una proposta unitària i coherent amb els centres.

Convençuts que el plaer de resoldre reptes és una característica de tots els humans de totes les edats i procedències, proposem a usuaris d'edats, interessos i capacitats tan diferents, activitats amenes, ràpides diverses, interessants. Hem intentat presentar-les en un context familiar i explicitar el seu valor competencial i el poder de les matemàtiques que les genera per fer-les entenedores i significatives.

Com en tota iniciativa que proposem com a MMACA, el Museu de Matemàtiques de Catalunya, no esperem que totes les propostes agradin a tothom, sinó que tothom hi trobi almenys una activitat que els motivi a voler saber-ne més, a descobrir la bellesa intrínseca de les matemàtiques i per experimentar la satisfacció d'haver resolt un repte i voler-ne més.

LLISTAT DE MÒDULS

- Monedes ocultes
- Construint cubs
- Omple els maleters
- Fes camins
- Dòminos (Mòdul doble)
- Dibuixant amb daus
- El mapa estadístic
- Viatjar per Espanya
- Pedra, paper, tisores
- La paradoxa del bitllet

- Els gratacels (Mòdul doble)
- Gats i gossos
- El veler
- Origami i geometria
- Investigant amb la balança
- Nombres veïns
- Parelles de nombres (Mòdul doble)
- Sumant quadrats (Mòdul doble)
- Construint ponts



Aquesta obra està sota una Llicència Creative Commons
Atribució-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)

Es permet la reproducció, distribució i l'obra derivada sempre que:
Es citi l'autoria original i s'indiqui si s'hi han realitzat modificacions.
No s'utilitzi el material amb finalitats comercials.
L'obra derivada es distribueixi sota els mateixos termes de llicència.



2024 - Museu de Matemàtiques de Catalunya
Palau Mercader - Parc Can Mercader - Cornellà de Llobregat
contacte@mmaca.cat

MONEDES OCULTES



Dins la caixa hi ha 20 monedes de valors 1 i 2.
Pots fer una estimació del valor total?

Materials

La “capsa fosca” amb 20 monedes.

Objectiu

Exercitar i millorar les competències de càlcul, els conceptes inicials de probabilitat i estadística, així com les habilitats de deducció lògica.

Gestió del mòdul

1. Quina és la quantitat màxima i mínima de diners que hi pot haver en la capsa? Recorda: cada una de les 20 monedes de la capsa val 1 o 2 €.

Pista: Totes les monedes poden ser del mateix tipus.

2. La quantitat total, podria ser 11€? I 21€? I 50€? I 30,5€?

Pensa quantes monedes de cada tipus necessites en aquests casos.

Per què alguns d'aquests casos són impossibles?

Pista: Has de fer servir les 20 monedes.

En la capsa, el percentatge de monedes de 2 €, podria ser el 20%? I el 42%?

Calcula el percentatge de monedes de 2 € en la caixa si només una és de 2 €.

I si només dues fossin de 2 €?

Calcula altres possibilitats.

3. Quants diners creus que hi ha en la capsa?

Abans de respondre, sacseja bé la capsa 10 cops.

Quin percentatge de monedes d'1€ has observat?

Quin percentatge de monedes d'1€ creus que conté la capsa?

Quantes monedes d'1 i 2 € creus que conté?

Pista: Estima quants diners hi ha a la capsa a partir de les teves respostes prèvies.

Estratègies

Permetem als alumnes sacsejar la capsa i prendre nota de la mostra tantes vegades com vulguin en funció de la informació que hi ha 20 monedes a la caixa amb el valor d'1€ o 2€. Mitjançant un procés d'assaig i error, els alumnes naturalment comencen a calcular de diferents maneres com poden estimar el valor total de les monedes contingudes a la capsa:

- Proporció amb 1 mostra;
- Proporció amb la mitjana de 2 mostres;
- Fer mitjana de mitjanes.
- Fer mostres fins a comptar 20 monedes totals...

Suggeriments

És interessant discutir amb els estudiants sobre el nombre de vegades que cal sacsejar la capsa i com és de significatiu el valor total.

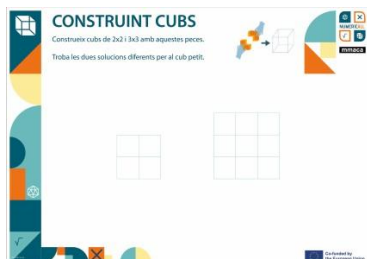
Seria important fomentar la conversa de quina estratègia pot ser la “millor” i què vol dir “millor”. Quin avantatge té cada mètode i què significa estar segur/a d'una resposta.

Per a l'aula

Es pot simular l'experiència donant a cada grup una bossa amb fitxes de 2 o 3 colors i una cullera per treure'n un cert nombre de fitxes.

Es repeteix la “pesca” entre 4 i 6 vegades i s'hipotitza la quantitat recíproca de fitxes.

CONSTRUINT CUBS



Construeix cubs de 2x2 i 3x3 amb aquestes peces.

Troba les dues solucions diferents per al cub petit.

Materials



Microcub: 2 L curtes i una I; total: 8 unitats per fer un cub d'aresta 2



Minicub: 6 L llargues i 1 L curta; total 27 unitats per fer un cub d'aresta 3.

Objectiu

Exercitar i millorar la percepció visual de formes tridimensionals, la relació entre objectes 2D i 3D i la capacitat de deducció lògica.

Gestió del mòdul

1. El resoldrem junts! Intercanvia els cubs que has creat amb altres equips i intenta resoldre el seu puzzle.

Pista: Pots dibuixar les diferents posicions dels cubs.

2. Què més pots crear? Utilitza les diferents combinacions de cubs Soma per crear altres formes, com un rasclet, un túnel o un castell. Anàlisi sobre la relació volum-àrea de les diferents formes creades.

Pista: Inspira't en objectes quotidians situats a l'habitació en la qual et trobes.

Estratègies

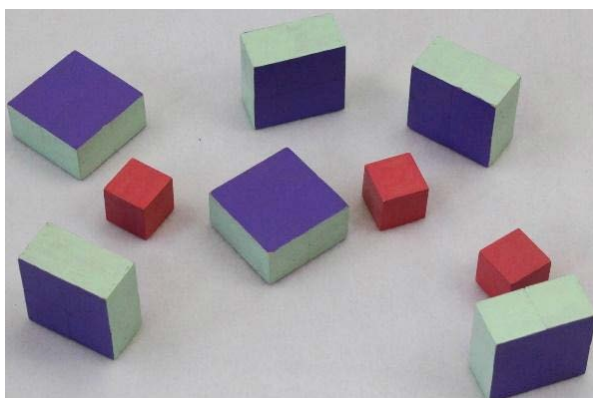
1. Després de resoldre els cubs $2 \times 2 \times 2$ i $3 \times 3 \times 3$, s'anima els alumnes a trobar tantes solucions com puguin.
2. "Contaminem" el microcub amb 1 peça L del Minicub.
 - Es pot construir una estructura força regular (prisma)?
 - Podem afegir-hi una peça L més, mantenint la regularitat de l'objecte format?
 - Podem afegir-hi més peces? Quantes?

Per a l'aula

Es poden construir molts cubs diferents, del Soma Cube [https://ca.wikipedia.org/wiki/Cub_Soma]

- el Cub de Conway,
- o el cub format per 9 peces en forma d'L curta. (sembla més fàcil del que és).

Pots crear les teves pròpies peces per muntar el cub $3 \times 3 \times 3$. Es poden fer servir els policubs o fer les peces amb impressora 3D.



OMPLE ELS MALETERS



Amb les 7 peces, omple cada espai fent un bloc sòlid que el cobreixi del tot.

Materials

7 Peces en DM; mides: $1 \times 1 \times 2$; $1 \times 1 \times 3$; $1 \times 1 \times 4$, $1 \times 2 \times 2$; $1 \times 2 \times 3$; $1 \times 2 \times 4$; $1 \times 3 \times 3$.

Objectiu

Exercitar i millorar la percepció visual de formes tridimensionals, la relació entre objectes 2D i 3D i la capacitat de deducció lògica. Volum de figures equivalents, però amb diferent àrea.

Gestió del mòdul

1. Quin és el volum total del conjunt de peces? En unitats i cm^3 .

Pistes: Com es calcula el volum d'un prisma?

Com calcularies el volum d'una figura no regular?

Tots els prismes tindran la mateixa àrea?

2. Podem començar mesurant les bases i l'alçada de cada prisma i després les àrees de superfície total de les cares laterals.

Pistes: Com es calcula l'àrea d'un prisma?

Com es calcula l'àrea d'una figura no regular?

Estratègies

La situació normal és que un participant anterior hagi deixat omplert un dels 4 maleters i això pot representar un suggeriment més -i decisiu- per al següent usuari.

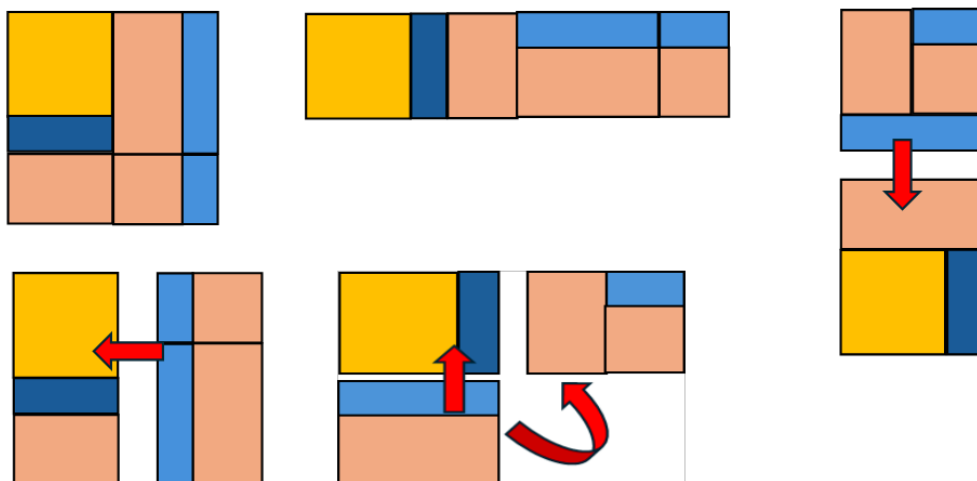
Si l'usuari comença amb un tauler buit, se li pot suggerir que comenci a omplir el maleter 6x6, de manera que pugui comprovar fàcilment que s'han de fer servir totes les set peces.

El recorregut més lògic és el de començar pel quadrat taronja i continuar amb el rectangle blau fosc, ja que es poden omplir amb totes les 7 peces sense sobreposar-les.

Per omplir les tres figures inferiors, les peces van sobreposades en 2, 3 i 4 files.

NOTA: La composició més difícil de resoldre és la que té la base quadrada de 3x3. Com tenim una peça amb la mateixa superfície, la tendència és de posar aquesta peça com a base del prisma. Aquesta construcció fa que es generi una irregularitat en posar les dues peces d'altura 4 unitats.

PATRÓ: És possible començar posant les peces d'una manera que el passatge d'un maleter a l'altre demani el mínim de reajustaments:



Per a l'aula

1. Usant els multilinks, es poden construir altres prismes equivalents (mateix volum) dels sòlids muntat en el mòdul, continuant a estudiar la relació entre volum i superfícies.
2. Es pot proposar un cas més senzill utilitzant 8 multilinks que es poden acoblar de manera diferent i calculant l'àrea de cada forma formada, regular o no regular.

Quina figura entre les examinades és la que, pel mateix volum, té l'àrea més petita?

Podríem generalitzar el cas i dir que l'esfera és la forma que conté més volum i ofereix menys superfície?

3. Podem trobar exemples d'aquesta dialèctica volum/superfície a la natura (intestí i pulmons versus bola de neu) i a la tecnologia (radiador versus emmagatzematge de gas).

FES CAMINS



Omple la graella per construir els recorreguts més curt o més llarg entre les dues entrades.

Materials

12 fitxes amb parets paral·leles i 12 fitxes amb parets perpendiculars.

2 Peces auxiliars (obstacles) amb 4 parets.

NOTA:

Per omplir el tauler fan falta, com a molt, 20 fitxes. Disposar de 24 fitxes permet construir camins alternatius.

Objectiu

Es poden fer diferents recorreguts usant el mateix nombre de fitxes.

Introducció de la “geometria del taxista”

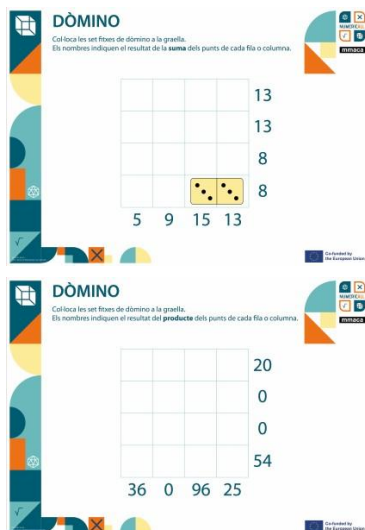
Gestió del mòdul

1. Es pot començar construint el recorregut més curt i fer constatar que hi ha diverses solucions diferents però equivalents.
2. Es pot construir el recorregut més llarg, intentant omplir les 20 caselles.
3. Es poden introduir 1 o 2 obstacles, posant peces amb 4 parets.
4. Es poden donar diferents tasques, limitant el nombre de fitxes amb parets perpendiculars que es poden usar

Per a l'aula

Aquestes activitats es poden portar a l'aula, amb més temps per analitzar i corregir eventuais errors i discutir les hipòtesis que en neixen.

DÒMINO



Col·loca les set fitxes de dòmino a la graella.

Tauler A: Els nombres indiquen el resultat de la **suma** dels punts de cada fila o columna.

Tauler B: Els nombres indiquen el resultat del **producte** dels punts de cada fila o columna.

Materials

Les 7 fitxes dobles del dòmino.

Objectiu

Exercitar i millorar les habilitats aritmètiques (suma i multiplicació) i de pensament estratègic.

Gestió del mòdul

Un punt central de reflexió és el paper del doble 0 en el repte de les sumes i del doble 1 en el de les multiplicacions (element neutre).

Quin repte t'ha resultat més fàcil? Per què?

NOTA: Han de quedar dues caselles buides, que no compten per a les operacions. Els nombres de la fitxa (0,0) compten com el número 0 per les operacions.

Estratègies

Després de resoldre els reptes de suma i multiplicació, convidem l'alumnat a investigar si hi ha més d'una solució dels reptes.

Suggeriments:

Animar l'alumnat a discutir el seu enfocament per trobar la correcta ubicació de les fitxes.

Per a l'aula

Crea el teu propi puzle per a una col·lecció de classe i explica l'estratègia utilitzada.

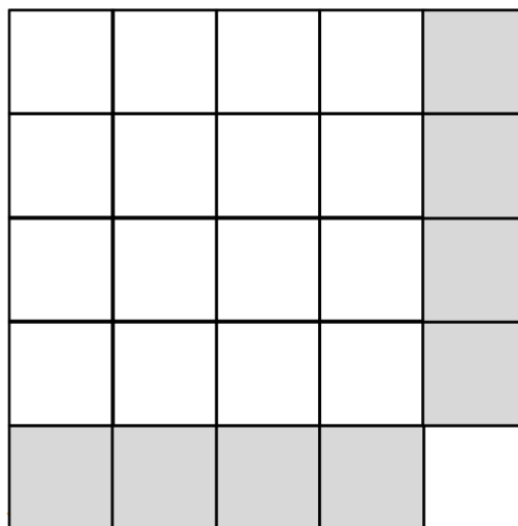
Usa 7 o 8 fitxes qualssevol del dòmino per crear uns puzles de sumes o multiplicacions.

Pots col·locar les fitxes escollides al tauler, distribuïdes a l'atzar o seguint un patró.

Escull després si vols sumar o multiplicar els valors que apareixen a les files i les columnes del tauler.

Executa el càlcul i escriu els resultats a les cel·les grises de les vores.

Recorda que el zero compta a la multiplicació.



DIBUIXANT AMB DAUS



Ajunta els quatre cubs per obtenir diferents dibuixos.

NOTA: Es poden utilitzar per fer moltes més formes geomètriques de les que es mostren al tauler.

Materials

4 daus cúbics iguals, de fusta o plàstic grans (5x5x5 cm), amb dissenys personalitzats a les seves cares.

Objectiu

Exercitar i millorar els coneixements de geometria 2D.

També es pot utilitzar per comprendre els conceptes de congruència, semblança i simetria de les formes 2D.

Gestió del mòdul

Recomanem preguntes i reptes que provoquin la reflexió enlloc d'un procediment detallat pas a pas:

1. Podries fer totes les figures del panell?
2. Quina és la figura més petita? I la més gran?
3. Quines són les àrees d'aquestes figures? Com ho saps? I els perímetres?
4. Podríeu crear altres formes geomètriques? Tenen nom?
5. Quantes formes es podrien crear amb aquests daus? Com ho saps?
6. Pots crear figures simètriques?

Per a l'aula

Es poden construir els cubs amb cartolina, modificant els dissenys de les cares i buscar noves composicions geomètriques.

També és interessant promoure el càlcul d'àrees i perímetres de les figures que en resulten, ja que s'hi poden veure diferents estratègies.

EL MAPA ESTADÍSTIC



El mapa reproduïx la relació entre l'àrea i la població en cada barri.

Col·loca els blocs per cobrir cada barri seguint la taula.

El resultat és una representació en 3D de la densitat de població de cada barri.

Materials

9 blocs de 2 unitats; 3 blocs d'1 unitat.

Objectiu

Comprendre la relació entre estadístiques expressades en percentatges i índexs geogràfics.

Compondre els valors sumant quantitats.

Incentivar l'interès cap a la realitat social a través de l'anàlisi de dades.

Gestió del mòdul

1. A la versió clàssica, les gràfiques solen ser bidimensionals: tots dos índexs es mostren en la mateixa dimensió.
Les gràfiques fetes amb blocs ens permeten de visualitzar millor les diferències.

Suggeriments: Adaptant el disseny gràfic del tauler, aquesta visualització de dades és accessible per a persones amb discapacitat visual.

2. Es pot suggerir posar en relació aquestes dades amb altres, per exemple la renda mitjana de la població per barri.

Per a l'aula

El mòdul és un apropament simplificat a una activitat que pot servir per analitzar la realitat social de les persones.

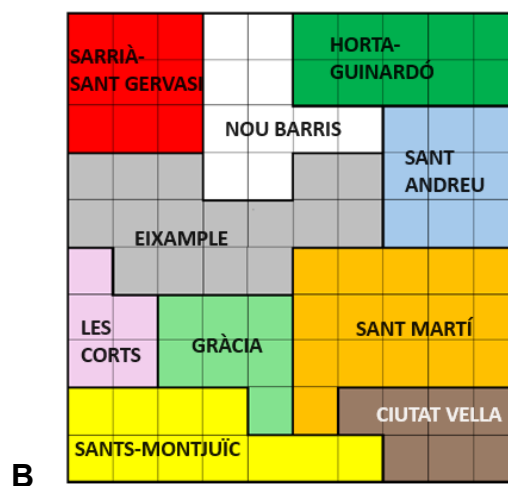
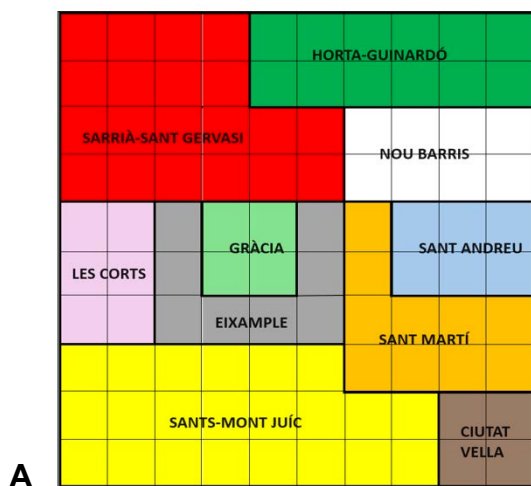
A l'escola es poden usar dades en % que són més representatives, usant els multilinks per fer blocs de 8, 4, 2 i 1 unitat i d'aquesta manera exercitar l'habilitat de compondre nombres

Exemple:

Hi ha relació entre densitat i renda? Quina? Expressa millor aquesta diferència posant en relació la renda amb la superfície de cada barri o amb la població?

A	C. Vella	Eixample	Sants	L.Corts	Sarrià	Gràcia	Horta	N.Barris	S.Andreu	S.Martí
ÀREA%	4	8	22	6	20	4	12	8	5	10
POBL%	7	16	11	5	9	7	10	10	9	16

B	C. Vella	Eixample	Sants	L.Corts	Sarrià	Gràcia	Horta	N.Barris	S.Andreu	S.Martí
POBL%	7	16	11	5	9	7	10	10	9	16
RENDA	8	12	8	12	15	10	9	7	9	10



A part de la discussió, només la recerca de dades representa una activitat extremadament positiva. És possible trobar a la xarxa dades relatives a la realitat local, però també internacional, que es poden lligar a un projecte multidisciplinari.

VIATJAR PER ESPANYA



Des de qualsevol ciutat, fes un recorregut que connecti tots els punts del mapa i acabi on has començat.

Pots trobar el camí més curt?

Materials

Una cadena metàl·lica.

Objectiu

El mòdul és l'aplicació dels Circuits (o Camins) d'Hamilton, conegut també com el repte del viatjant de comerç, que ha de visitar totes les botigues i tornar a casa, fent el recorregut més curt i sense necessitat de passar per totes les carreteres (diferència amb els Camins d'Euler)..

Gestió del mòdul

L'objectiu de l'activitat és trobar la ruta més curta entre les ciutats indicades al mapa, començant i acabant la ruta des d'una ciutat escollida lliurement. La longitud de la cadena (abundant, suficient o escassa) ens permet una primera comprovació de la solució proposada.

Per a l'aula

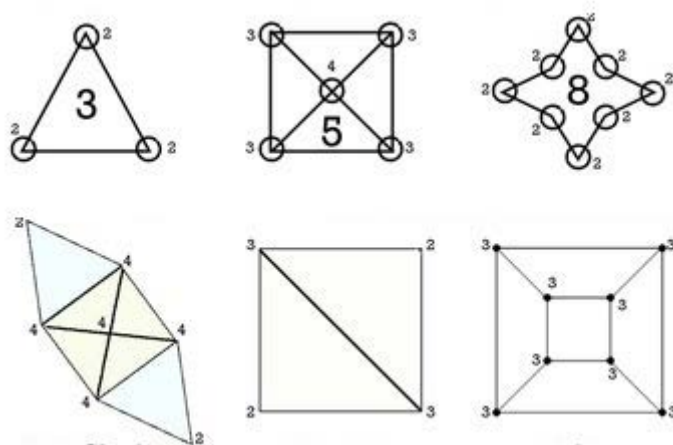
La validesa real del recorregut mínim trobat a l'exposició es pot comprovar posant en el mapa la distància real (en km) o el temps de viatge necessaris.



La recerca es pot estendre a altres realitats (Catalunya o Europa, per exemple), imprimint i plastificant els mapes, posant tops de velcro en correspondència a la ciutat i substituint la cadeneta amb un cordill que es pugui enganxar al velcro.

També es pot instar a que facin el recorregut mínim quan han de fer unes quantes compres per botigues del barri (depenent si han d'anar-hi en cotxe o caminant), i així també es pot parlar de la "geometria del taxista".

Un altra activitat interessant pot ser comparar els camins hamiltonians amb els camins d'Euler, com a apropament a la Teoria de Grafs.



PEDRA, PAPER, TISORES



Col·loca les peces per visualitzar totes les jugades.

Guanya: 1

Empat: 0

Perd: -1

Materials

6 triangles de 3 cadascun dels tres colors; 2 peces porten el símbol 0 (empat; ex: PEDRA/PEDRA), 2 peces porten el símbol +1 (victòria; ex. PEDRA/TISORES) i 2 peces porten el símbol -1 (derrota; ex. PEDRA/PAPER).

Objectiu

Exercitar i millorar les habilitats probabilístiques, anàlisi de jocs i de modelització matemàtica.

Gestió del mòdul

Després de resoldre el trencaclosques, animem als alumnes a observar, comparar i interpretar els números i resultats. Continuem amb un escenari diferent i permetem als alumnes experimentar i plantejar el seu propi enfocament lògic a les matrius i les seves opcions.

Suggeriment: Permet als alumnes escriure una sèrie de preguntes o declaracions per explorar les matrius.

Aquesta activitat utilitza una matriu de resultats de 3 x 3 x 3 per demostrar com dues persones/agents participen en la presa de decisions amb tres opcions.

Per a l'aula

Hi ha dues variants possibles que es poden utilitzar per fer el joc més interessant, tant per jugar com per analitzar:

1. Doble joc, doble símbol

Cada jugador proposa 2 símbols (un per cada mà).

Després d'un descans mínim, es juga una segona ronda i cada jugador treu un dels seus símbols i deixa l'altre.

Hi ha una estratègia guanyadora ara?

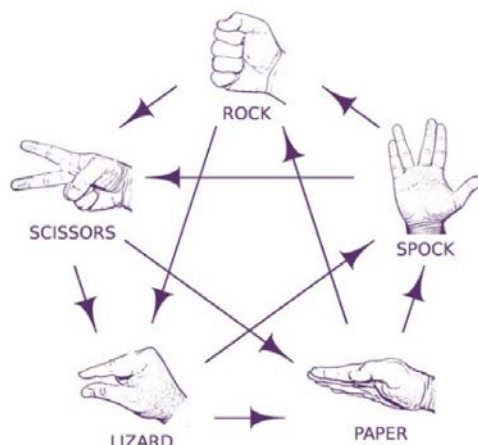
Val la pena jugar dos símbols idèntics?

És millor assegurar-se un empat o arriscar-se a guanyar?

2. Versió Big Bang Theory

Regles:

- Les Tisores tallen el Paper;
- El Paper embolica la Pedra;
- La Pedra aixafa el Llangardaix;
- El Llangardaix enverina Spock;
- Spock trenca les Tisores;
- Les Tisores decapiten el Llangardaix;
- el Llangardaix es menja el Paper;
- El Paper refuta Spock;
- Spock vaporitza la Pedra;
- La Pedra trenca les Tisores.



Completeu la taula utilitzant Guanya: 1; Empat: 0; Perd: -1

	P	p	T	S	L
P					
p					
T					
S					
L					

P=Pedra; P=paper; T=tisores; S=Spock; L=Llangardaix

Figure 1 displays three 3x3 grids illustrating different colorings for the 3x3 Latin square. The grids are labeled A/B, A/C, and B/C.

- A/B:** The center cell (5) is yellow. The four corner cells (2) are yellow. The four edge cells (5) are white.
- A/C:** The center cell (6) is purple. The four corner cells (3) are purple. The four edge cells (6) are white.
- B/C:** The center cell (4) is green. The four corner cells (1) are green. The four edge cells (4) are white.

mmaca

PARADOXA DEL BITLLET



Recompon el bitllet de 20€ i el de 100€.

En acabat, tomba les peces i intenta formar dos bitllets de 50€

Què creus que ha passat?

Materials

Dos jocs de peces per formar un bitllet 20€-50€ i un bitllet 100€-50€

Objectiu

Exercitar i millorar les habilitats geomètriques.

L'aparent paradoxa estimula a reflexionar sobre les figures equivalents

Gestió del mòdul

En primer lloc, completa el bitllet de 20€ (3 peces) i després tomba les peces i intenta recompondre el bitllet de 50€... On és la peça que falta?

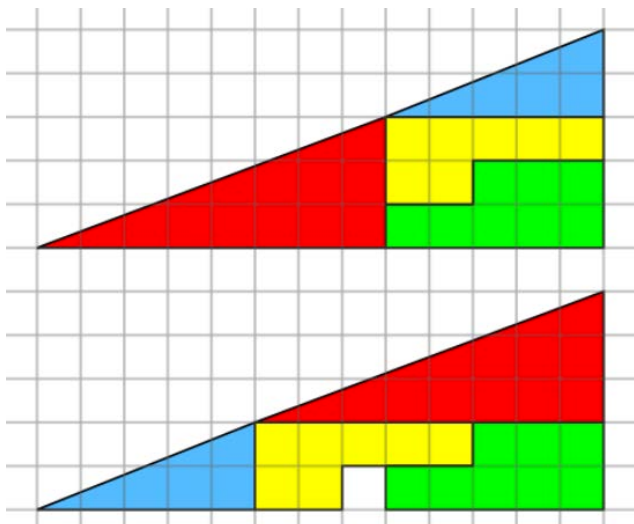
Amb les altres peces has de muntar el bitllet de 100€ (5 peces). Intenta completar el bitllet de 50€ que hi ha a l'altra cara... Què ha passat?

Hi ha una paradoxa, i la idea és intentar explicar el que està passant.

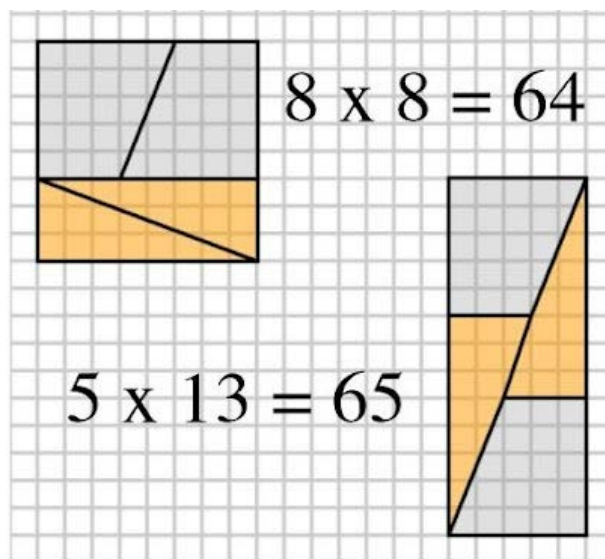
Per a l'aula

Hi ha altres versions de la paradoxa utilitzant altres temes com la xocolata o un truc de cartes:

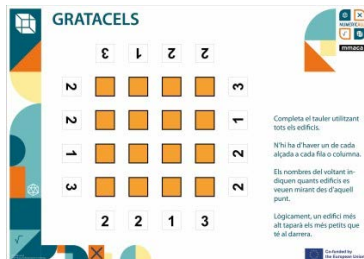
Una altra paradoxa similar és la de Paul Curry:



O aquestes:



ELS GRATACELS



Completa el tauler utilitzant tots els edificis.

N'hi ha d'haver un de cada alçada a cada fila o columna. Els nombres del voltant indiquen quants edificis es veuen mirant des d'aquell punt.

Materials

16 prismes de quatre altures diferents.



Objectiu

Exercitar i millorar les capacitats de deducció numèrica i lògica.

Gestió del mòdul

Suggeriment: Pots començar amb una versió 3x3.

Els reptes (com els que posem a l'exposició) tenen dificultats diferents, però ofereixen pistes estratègiques que s'han de descobrir, passant d'una solució per assaig-error a una solució analítica: rol dels indicadors "4"; "1"; etc.

Per a l'aula

Partint d'un tauler buit, es disposen les peces sense repetir-les en cap fila o columna fins a omplir-lo tot. Es "llegeix" el repte, posant a les vores el nombre que correspon a quants gratacels es veuen des d'aquella posició.

Es buida el tauler i es passa a altres companys perquè ho resolguin.

Hi ha altres activitats semblants, com el Sudoku de Colors, que també és fàcil de construir i transformar en una col·lecció per a la classe.



GATS I GOSSOS



Una persona juga amb els gats i una altra amb els gossos. Es comença col·locant un gat en una de les 4 caselles centrals. Per torns, s'ha de col·locar una fitxa sense que gats i gossos es toquin pels costats (sí que es poden tocar en diagonal).

Perd qui no pot posar més fitxes.

Materials

32 fitxes amb gats o gossos

Objectiu

Aprendre i practicar jocs desenvolupant estratègies, pensament crític, percepció geomètrica 2D i raonament exploratori i predictiu.

Gestió del mòdul

Aprenentatge experiencial i col·laboratiu.

Suggeriments:

- Agrupar els alumnes en equips de dos o tres;
- Discutir les estratègies i els plans per a diverses situacions de joc.
- Fomentar l'intercanvi d'idees i la col·laboració.

Per a l'aula

Hi ha molts jocs d'estratègia que es poden trobar a la xarxa, tant per jugar online com per ser transformats (i construïts) com a jocs de taula.

Alguns poden tenir un contingut matemàtic evident (Vierka o Mondragó, on s'han de dissenyar un quadrat posant les pròpies fitxes als vèrtexs), altres desenvolupen pensament crític i estratègic (Quarto, Semàfors, jocs de 5x5).

Funcionen molt bé amb els grups d'estudiants més joves.

EL VELER



Amb un paper quadrat, segueix les instruccions per fer la barqueta.

Bufa i veuràs com navega!

Quantes barquetes necessitaràs, juntant les puntes, per fer un cercle?

Materials

Un paper quadrat d'uns 10-15 cm de costat

Objectiu

Introduir la relació entre origami i geometria.

Aprendre a interpretar unes instruccions visuals Treballar la visualització espacial així com la psicomotricitat fina.

Gestió del mòdul

Un cop construït el veler, perquè no es quedi en una joguina, és important introduir una primera lectura matemàtica.

1. Si s'uneixen 8 velers per la punta, es veu que completen l'àrea d'un polígon.
2. Puc deduir la mesura de l'angle de la punta de la barca?
3. I l'angle que puc obtenir ajuntant 2 puntes?
4. Quines figures geomètriques pots reconèixer observant el veler?

Per a l'aula

L'activitat principal és continuar recaptant informacions matemàtiques de l'activitat feta.

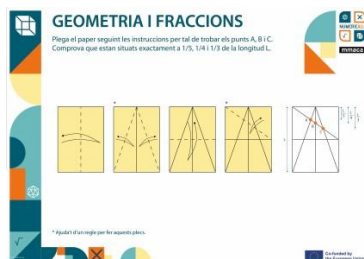
Per exemple: desplegant la figura, és fàcil veure com la punta del veler és el resultat de doblegar un dels angles rectes del paper.

L'interessant d'aquest model de papiroflèxia es l'anàlisi dels plecs que es van fent, i els angles que van apareixent.

Pot servir per presentar les bisectrius d'un parell de semi-rectes si els estudiants no coneixen el concepte, o bé perquè les reconeguin a partir dels plecs que sobreposen dues rectes si ja les coneixien prèviament.

La reflexió sobre els angles que van sortint és molt interessant, i més perquè en el pas 4 fem un plec que representa només una part de la bisectriu, i pot ser difícil d'interpretar.

GEOMETRIA I FRACCIONS



Plega el paper seguint les instruccions per tal de trobar els punts A, B i C.

Comprova que estan situats exactament a $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{3}$ de la longitud L.

Materials

Paper rectangular DIN A5.

Una regla graduat (30 cm)

Objectiu

Aprendre a interpretar unes instruccions visuals, formades per diagrames de papiroflèxia. Treballar la visualització espacial així com la psicomotricitat fina.

Visualització del concepte de fraccions.

Gestió del mòdul

Es podria continuar construint altres fraccions?

Per a l'aula

L'activitat principal és continuar recaptant informacions matemàtiques de l'activitat feta.

Es pot continuar creant altres fraccions: $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$ i $\frac{1}{9}$ fent la diagonal del sector $\frac{1}{4}$ i considerant els punts en els que creua amb les 3 línies verticals.

Podem provar si funciona amb qualsevol rectangle.

Es pot discutir com podem demostrar que els punts A, B i C corresponguin a les fraccions esmentades (semblances entre triangles; construcció amb geogebra; trigonometria).

INVESTIGANT AMB LA BALANÇA



Utilitza els pesos, començant per la parella de pes 1, per investigar diferents situacions d'equilibri entre pesos i distàncies.

Pots esbrinar el pes de les peces no marcades?

Materials

Bàscula de doble braç.

Diferents unitats de pes u; pes 10 g + 1 o 2 objectes a mesurar.

Objectiu

Investigar la relació entre pes i distància i descobrir la llei de l'equilibri.

Aproximació a les equacions: representació gràfica i algebraica i solució.

Aproximació a les fraccions.

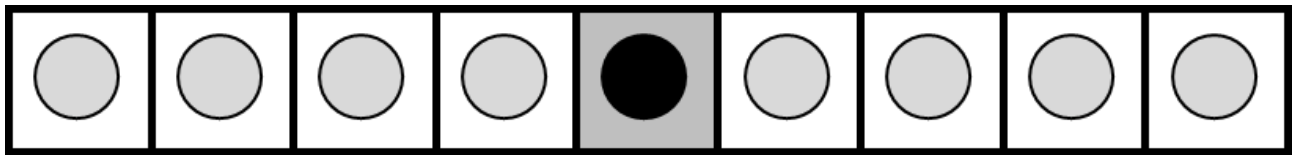
Gestió del mòdul

1. Comproveu la balança amb unitats de pes iguals a la mateixa distància;
2. Experimentació lliure;
3. Equilibrar n pesos a la distància d amb el pes 1 a la distància n*d fins a descobrir i afirmar la relació $aP*bD=bP*aD$ (amb P=pes i D= distància del fulcre);
4. Usar el full de tasques que hi ha imprès al tauler.
 - a. Determina el pes dels objectes no marcats.
 - b. Combina més de 2 pesos.
 - c. Determinar el pes d'objectes no marcats.
 - d. Llegir les situacions en clau d'equació.

Per a l'aula

L'activitat consisteix a profunditzar i sistematitzar els conceptes descoberts amb el mòdul;

Plantilla:



1. Del model físic (balança) als models gràfic i numèric:

- a. Interpretar situacions d'equilibri amb pesos i distàncies numèrics i representació com a productes de variables (primer factor=distància; segon factor=pes):

Input:



Output: $2 \cdot 1u + 1 \cdot 4u = 2 \cdot 3u$

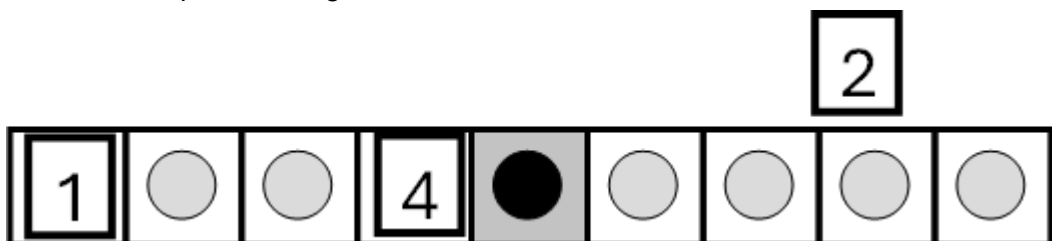
- b. Interpretar les proposicions numèriques (primer factor=pes; segon factor=distància) com a situacions d'equilibri amb pesos i distàncies numèrics:

Input: $2u \cdot 3 + 3u \cdot 2 = 4u \cdot 3$

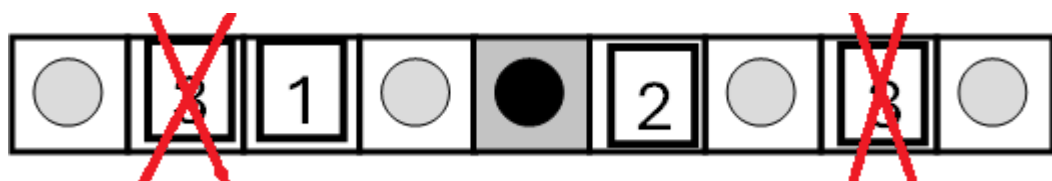
Output:



- c. Resolució de problemes gràfics:



d. Simplificacions



$$2 \cdot 1u = 1 \cdot 2u$$

2. Apropament a les equacions:

a. Resolució gràfica



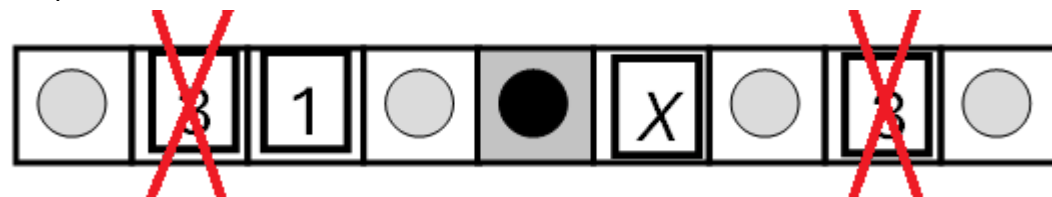
Expressió algebraica: $3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 3 \cdot X$

b. Resolució gràfica

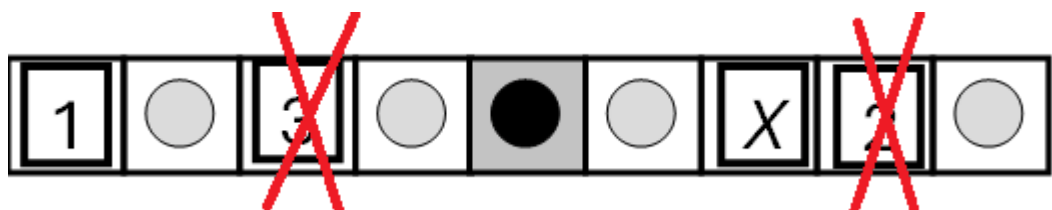


Expressió algebraica: $3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot X$

c. Simplificacions



$$3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 1 \cdot X + 3 \cdot 3 \Rightarrow 2 \cdot 1 = 1 \cdot X$$

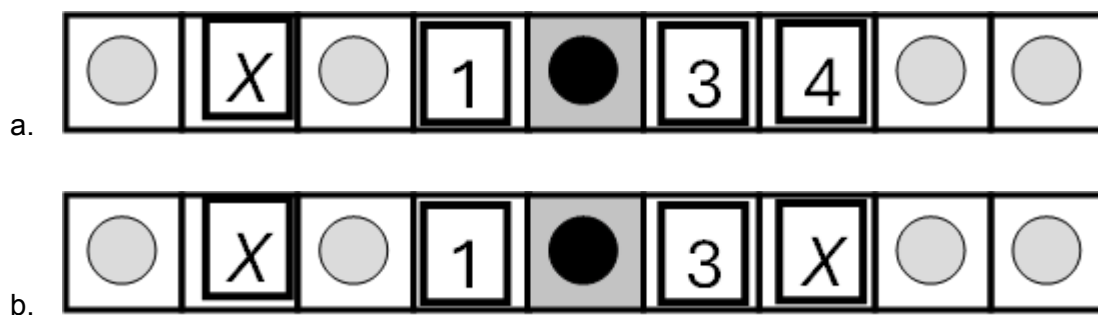


$$4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 2 \cdot X + 3 \cdot 2 \Rightarrow 4 \cdot 1 = 2 \cdot X$$

3. Depurant el llenguatge:

- a. $3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 3 \cdot X \Rightarrow 3+3 = 3 \cdot X \Rightarrow X=2$
- b. $3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot X \Rightarrow 9 + 2 = 1 + 8 + 2X \Rightarrow X=1$
- c. $3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 1 \cdot X + 3 \cdot 3 \Rightarrow 9 + 2 = X + 9 \Rightarrow X=2$
- d. $4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 2 \cdot X + 3 \cdot 2 \Rightarrow 4 + 6 = 2X + 6 \Rightarrow X=2$

4. Els límits de les representacions físiques i gràfiques:



Aquests reptes no tenen una resolució gràfica immediata, que sembla més evident en una representació algebraica:

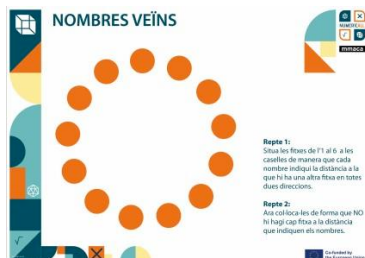
- a. $3X + 1 = 3 + 8 \Rightarrow 3X = 2 + 8 \Rightarrow X=10/3$
- b. $3X + 1 = 3 + 2X \Rightarrow X + 1 = 3 \Rightarrow X=2$

Aquests exemples donen la idea de les possibilitats de desenvolupament d'un dels temes cabdal de les mates de l'ESO, coherentment amb el passatge concret $\Rightarrow$ abstracte.

El **FULL DE TASQUES** que hi ha imprès al panell del mòdul és només un suggeriment, que es pot adaptar fàcilment als objectius de l'activitat i a les habilitats de l'alumne.

Es pot utilitzar en el context de l'exposició o a l'aula, enriquant-lo amb altres reptes, una major discussió i l'ús del llenguatge formal.

NOMBRES VEÏNS



Repte 1:

Situa les fitxes de l'1 al 6 a les caselles de manera que cada nombre indiqui la distància a la que hi ha una altra fitxa en totes dues direccions.

Repte 2:

Ara col·loca-les de forma que NO hi hagi cap fitxa a la distància que indiquen els nombres.

Materials

6 fitxes numerades de l'1 al 6.

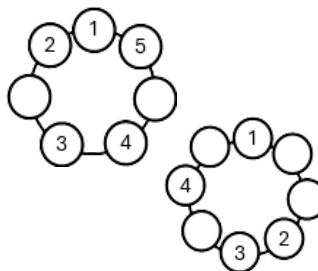
Objectiu

Exercitar i millorar les habilitats aritmètiques i de pensament estratègic.

Gestió del mòdul

1. Exemple del Repte 1 (modalitat original)

2. Exemple del Repte 2 (modalitat inversa)



Després de resoldre els reptes inicials, podem demanar als alumnes:

1. Que busquin si hi ha resolucions alternatives (especialment fàcil en la modalitat Reverse);
2. Si afegint una fitxa (7), el repte es fa més difícil?

Per a l'aula

És molt fàcil crear altres reptes semblants, augmentant el nombre de fitxes o de caselles, encara que no es pugui determinar a priori si el nou repte tindrà solucions i quantes.

Ens pot ajudar aquesta taula, obtinguda programant un ordinador per resoldre d'un en un tots els possibles reptes. b= caselles p=fitxes

ORIGINAL:

b= 3	0								
b= 4	0	0							
b= 5	0	0	2						
b= 6	0	0	1	10					
b= 7	0	0	0	2	40				
b= 8	0	0	0	2	28	370			
b= 9	0	0	0	0	8	140	2376		
b=10	0	0	0	0	10	128	2500	26568	
b=11	0	0	0	1	2	32	840	14992	220096
b=12	0	0	0	0	1	22	760	12080	223072
b=13	0	0	0	0	2	14	220	5000	109216
b=14	0	0	0	0	0	9	258	4708	120976
b=15	0	0	0	0	0	1	32	1216	36192
b=16	0	0	0	0	0	0	68	1704	40176
b=17	0	0	0	0	0	0	8	492	11804
b=18	0	0	0	0	0	0	0	391	15320
b=19	0	0	0	0	0	0	7	131	3840
b=20	0	0	0	0	0	0	0	81	5612
b=21	0	0	0	0	0	0	1	14	789
b=22	0	0	0	0	0	0	0	40	1220
b=23	0	0	0	0	0	0	0	16	541
b=24	0	0	0	0	0	0	0	0	207
b=25	0	0	0	0	0	0	0	1	94
	p= 2	p= 3	p= 4	p= 5	p= 6	p= 7	p= 8	p= 9	p=10

REVERSED:

b= 3	0								
b= 4	0	0							
b= 5	0	0	0						
b= 6	1	2	0	0					
b= 7	1	1	0	0	0				
b= 8	2	2	2	0	0	0			
b= 9	2	4	5	0	0	0	0		
b=10	3	7	7	0	0	0	0	0	
b=11	3	9	15	2	0	0	0	0	0
b=12	4	15	36	28	33	0	0	0	0
b=13	4	18	52	64	42	8	0	0	0
b=14	5	26	87	153	104	100	14	0	0
b=15	5	31	129	339	439	296	32	4	0
b=16	6	42	207	631	933	860	804	238	20
b=17	6	48	269	1002	2059	2428	1584	460	36
b=18	7	62	393	1709	4570	8149	6997	7232	646
b=19	7	69	493	2489	8061	15488	18199	12135	3612
b=20	8	86	681	3945	14936	38001	54116	53321	52799
b=21	8	94	825	5347	23426	74340	142988	165632	115188
b=22	9	114	1094	7887	39556	146139	320831	502399	415199
b=23	9	123	1289	10301	58685	249643	677566	1215243	1415920
b=24	10	146	1656	14526	93331	450908	1530561	3541198	5107043
b=25	10	156	1909	18271	129967	704471	2724226	6993744	12484774
	p= 2	p= 3	p= 4	p= 5	p= 6	p= 7	p= 8	p= 9	p=10

Ex: per 11 caselles i 6 fitxes hi ha 2 solucions en el format Original i cap en el format Reversed.

PARELLES DE NOMBRES



Mòdul amb dos panells:

- Repte 1: Nombres de l'1 al 3
- Repte 2: Nombres de l'1 al 4

El valor de cada fitxa indica quants espais hi ha fins la seva parella.

Materials

2 parelles de fitxes, de l'1 al 3.

2 parelles de fitxes, de l'1 al 4.

Parella de 5, si es vol estirar l'activitat.

Objectiu

Resoldre el repte, passant de l'apropament assaig-error a l'analític.

Investigar solucions de reptes més difícils: de l'1 al 4; de l'1 al 5.

Gestió del mòdul

Es comença possiblement resolent el repte 1 (molt fàcil) per passar després al repte 2, i adonar-se com un aparent petit increment de les variants pot generar un salt de dificultat i la necessitat de pensar en una estratègia.

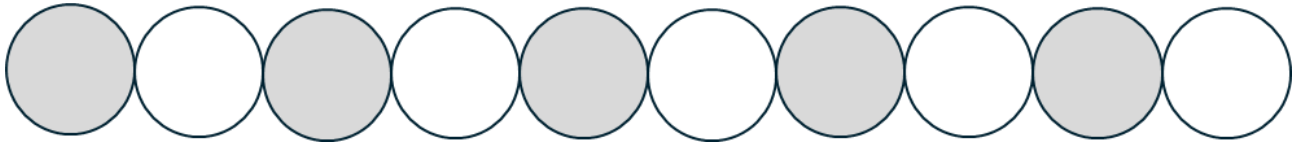
Si s'han resolt ràpidament els reptes es pot incrementar la dificultat afegint 2 caselles al tauler i la parella de 5.

Com que no hi ha solució, és fonamental acompanyar l'activitat i discutir-la, per no crear frustració.

La demostració del perquè el repte amb parelles de 5 resulta impossible es pot fer a l'exposició o deixar-lo per a un treball successiu a l'aula.

Per a l'aula

La manera de demostrar que no hi ha solucions per parelles de l'1 al 5 és substituir el tauler usat amb aquest altre:



I analitzar les posicions que poden ocupar les diferents parelles:

PARELLES DE NOMBRES	COLORS DE LES CASELLES
1-1	2 BLANQUES
2-2	1 BLANCA+1 GRISA
3-3	2 GRISES
4-4	1 BLANCA+1 GRISA
5-5	2 BLANQUES
TOTAL	6 BLANQUES+4 GRISES

Com que la quantitat de parelles blanques i grises ha de ser la mateixa, el repte no té solució.

A partir d'aquí es poden examinar quins dels casos successius té solució, introduint parelles de 6, 7, 8,... L'objectiu seria arribar a expressar una regla:

Tenen solució els casos on hi ha un nombre parell de parelles de nombres senars.

Una altra activitat interessant és què passa si en comptes de tenir les caselles alineades, les tenim en format circular. Hi ha solució?

SUMANT QUADRATS



Amb totes les peces pots omplir els dos quadrats petits o bé el quadrat gran.

Està demostrada la igualtat?

Materials

4 peces per al Repte 1



6 peces per al Repte 2



Objectius

- Concretar el significat de “nombre al quadrat”.
- Compondre figures/quantitats.
- Apropar el Teorema de Pitàgores.

Gestió del mòdul

Com es veu dels objectius, hi ha moltes competències diferents que es poden desenvolupar a partir de la resolució d'aquests reptes. Serà el docent qui decidirà, a l'exposició o successivament a classe, quins temes enfocar.

Per a l'aula

L'activitat es pot adaptar a la suma d'altres quadrats:

1. Altres ternes pitagòriques: 6, 8, 10; 5, 12, 13 o 7, 24, 25.
2. Altres quadrats: 2, 6, 9, 11; 2, 3, 7, 15, 17.
3. Creació de composicions fixant o no la quantitat de parts que es volen sumar.
4. Investigar altres particions dels quadrats, i crear altres peces.
5. Introducció a la generalització i/o demostració matemàtica: aquestes particions, quan funcionen?

CONSTRUINT PONTS



Amb les 8 peces, construeix un dels dos ponts.

Materials

8 triangles rectangles isòsceles de costat 5 cm.

Objectiu

Compondre figures equivalents (àrea igual).

Gestió del mòdul

Un cop fet un dels ponts, es demana que, amb les mateixes peces, facin l'altre.

Què significa això? Igual àrea? Igual perímetre?

Per a l'aula

Hi ha molts materials genèrics que es poden utilitzar per fer figures equivalents (comparant després els perímetres) o isoperimètriques (comparant després l'àrea).

El millor exemple és el cordill de l'Emma Castelnuovo:

- Cordill tancat de ~40 cm.
- Col·loqueu el dit polze i índex de les dues mans per formar un rectangle.
- Ajunteu o separeu els dits per canviar la forma del rectangle.



PREGUNTA: **Què tenen en comú tots aquests rectangles?**

Perímetre? Àrea? O les dues coses?

En unir el dit polze i índex de cada mà es pot mostrar com la corda manté la mateixa longitud (perímetre), però l'àrea s'ha reduït a zero.

PREGUNTA: **A quina figura correspon l'àrea màxima?**

Full de càlcul i gràfic de les variacions.

I si considerem tots els possibles polígons, quin tindrà l'àrea més gran?

mmaca

Museu
de Matemàtiques
de Catalunya